

La Ricerca Operativa e la riforma della scuola superiore

La **Ricerca Operativa** è la disciplina che applica modelli matematici e algoritmi di calcolo alla soluzione di problemi decisionali (in particolare, problemi di ottimizzazione). In ambito internazionale è nota con l'acronimo *OR/MS - Operations Research/Management Science*.

Malgrado l'importanza della matematica applicata nella formazione superiore, *nessun rappresentante delle comunità scientifiche di matematica applicata* è stato inserito nella Commissione ministeriale (che pure comprende ben 22 persone) incaricata di redigere le Indicazioni nazionali per le scuole. Per avere pareri sulla matematica la Commissione si è anche riferita all'UMI, dove però *la comunità scientifica di Ricerca Operativa non è rappresentata*. Come ovvia conseguenza, nelle *Indicazioni* elaborate dalla suddetta Commissione la ricerca operativa continua a ricoprire un ruolo trascurabile, persino nell'indirizzo "Scienze Applicate" dei licei scientifici. In conseguenza di questo, l'AIRO – Associazione Italiana di Ricerca Operativa ha inviato un proprio contributo alla Commissione ministeriale tramite la consultazione indetta sul *forum* sul sito del MIUR lo scorso mese di Aprile, ma senza ricevere alcun riscontro e senza ottenere alcun effetto.

Vorremmo mettere in evidenza quella che riteniamo prospettarsi come una *grave lacuna formativa* nell'insegnamento della matematica, in particolare nei licei scientifici.

Abbiamo colto con molto favore la filosofia di fondo che ha ispirato i lavori della Commissione ministeriale:

- elaborare "indicazioni" e non "programmi", per incentivare lo spirito di iniziativa dei docenti e delle scuole valorizzandone l'*autonomia*;
- insistere sui *concetti fondamentali* insegnati bene e con obiettivi formativi chiari, anziché su cumuli di nozioni sparpagliate e scoordinate;
- prestare attenzione particolare alla *valutazione*, sia svolta in autonomia (INVALSI) sia realizzata in modo comparativo con altre nazioni (OCSE/PISA);
- orientare l'insegnamento della matematica più alla *comprensione razionale della realtà* che allo sviluppo di abilità di calcolo.

In tutto questo vediamo finalmente recepite indicazioni che da tempo avevamo fatto presenti in varie sedi, sia tramite organi di stampa che tramite colloqui personali con funzionari e consulenti del MIUR. Tuttavia alle "Linee generali e competenze" non sempre corrispondono adeguatamente gli "Obiettivi specifici di apprendimento".

Sosteniamo questa tesi in modo sintetico e in modo analitico, come segue.

In modo sintetico.

E' citato l'uso del linguaggio matematico per la descrizione e la previsione di fenomeni fisici, ma è fortemente carente tutto quanto riguarda l'*uso del linguaggio matematico per la descrizione e la soluzione di problemi decisionali*. Ciò costituisce una lacuna formativa gravissima rispetto alle esigenze del nostro tempo.

Sono stati introdotti contenuti tradizionalmente *di livello universitario* nei settori della statistica, dell'analisi numerica e dell'informatica teorica, mentre non sono stati introdotti nemmeno i *concetti fondamentali* della ricerca operativa.

L'insegnamento della matematica tradizionale (analisi, algebra e geometria) non è stato correttamente collegato alla modellistica matematica, ma mantiene caratteristiche molto negative di *auto-referenzialità*.

In modo analitico.

Linee generali e competenze.

Nelle “Linee generali e competenze” per l’insegnamento della matematica nei licei scientifici si fanno enunciazioni di principio molto importanti, che purtroppo non trovano poi adeguato riscontro nella definizione degli “Obiettivi formativi di apprendimento”.

1. Si cita il “nuovo processo di matematizzazione che investe nuovi campi”, oltre a quello della fisica, “e che ha cambiato il volto della conoscenza scientifica”. Questa affermazione è di fondamentale importanza perché, se adeguatamente e coerentemente sviluppata in tutte le sue conseguenze, dovrebbe portare a *cambiare il volto dell’insegnamento scientifico*. In particolare l’insegnamento della matematica (almeno nell’ultimo triennio della scuola superiore) dovrebbe essere sempre *motivato da applicazioni concrete* (il che non lo renderebbe meno rigoroso ma solo più interessante, aumentando la motivazione degli studenti e migliorandone il rendimento scolastico). Ciò tuttavia non significa semplicemente “fare esempi”, e tanto meno significa “sostituire segmenti con bastoncini” rinunciando al rigore del linguaggio formale: significa invece concepire (e presentare) *l’analisi, l’algebra e la geometria come strumenti per lo studio e per la risoluzione di modelli matematici*, che derivano a loro volta da *due* necessità diverse: rappresentare *fenomeni* e rappresentare *problemi decisionali*.
 - a. Lo studio delle *proprietà* (teoremi) degli oggetti matematici studiati dall’analisi, dall’algebra e dalla geometria (figure geometriche, numeri, equazioni, sistemi...) dovrebbe sempre essere collegato allo (e motivato dallo) studio delle proprietà (analitiche, algebriche e geometriche) dei modelli matematici (di fenomeni e di problemi decisionali) di cui quegli oggetti sono gli elementi costitutivi.
 - b. Ogni *procedimento di calcolo matematico* analitico, algebrico o geometrico (soluzione di equazioni, di sistemi di equazioni, operazioni su vettori e su matrici, calcolo di punti di intersezione tra curve,...) dovrebbe essere sempre presentato come caso particolare di *algoritmo* (di natura analitica, algebrica o geometrica), del quale andrebbero sempre studiate in termini matematici rigorosi la *correttezza* e la *complessità* (concetti di cui non c’è traccia nelle “Indicazioni”).

Quindi tutte le nozioni di base di algebra, analisi e geometria dovrebbero essere inquadrare da questo nuovo punto di vista e presentate non in modo auto-referenziale ma come *strumenti* per:

- a. studiare le *proprietà* (analitiche, algebriche e geometriche) degli oggetti matematici che costituiscono i *modelli matematici* (sia di fenomeni che di problemi decisionali);
- b. dedurre di conseguenza *algoritmi risolutivi* (di natura analitica, algebrica o geometrica) che si basano su tali proprietà.

Seguendo un approccio didattico di questo tipo, la ricerca operativa dovrebbe essere utilizzata come introduzione allo studio di tutta la matematica (inclusa la statistica). Come esempio paradigmatico si pensi alla derivazione per via geometrica, per via analitica e per via algebrica dell’algoritmo del simplesso per i modelli di programmazione lineare (argomento completamente assente nelle “Indicazioni”).

Di un’impostazione di questo tipo purtroppo non si trova traccia negli “Obiettivi specifici di apprendimento” dove invece i settori “Analisi e algebra” e “Geometria” continuano a costituire il tradizionale monumento all’autoreferenzialità, anche negli ultimi anni del liceo scientifico, mentre la ricerca operativa è citata di sfuggita, come se fosse un piccolo capitolo in più da aggiungere facoltativamente al *corpus* degli argomenti prescritti in modo esplicito.

2. Ancora nelle “Linee generali e competenze” (punto 4) viene esplicitamente citata “la conoscenza elementare di *alcuni* sviluppi della matematica moderna, in particolare degli elementi del calcolo delle probabilità e dell’analisi statistica”. Qui il difetto è già a livello delle “Linee generali”. Non si comprende infatti perché agli studenti debba essere assicurata solo la

conoscenza di *alcuni* sviluppi della matematica moderna e non di tutti. La matematica del XX secolo ha sviluppato in particolare tre settori di enorme importanza concettuale e applicativa: la statistica, l'analisi numerica e la ricerca operativa. Ma nelle "Linee generali" si cita (senza alcuna giustificazione) solo la statistica e negli "Obiettivi specifici" si dà spazio (senza alcuna giustificazione) solo alla statistica e all'analisi numerica. Questa evidente carenza riguardo alla ricerca operativa introduce una grave ed ingiustificata distorsione nella formazione scientifica degli studenti riguardo alla matematica moderna.

Lo squilibrio si traduce poi a livello di "Obiettivi specifici di apprendimento" nella citazione esplicita tra gli obiettivi del quinto anno delle equazioni differenziali e delle "distribuzioni normali, binomiali e di Poisson" (tradizionalmente argomenti di corsi universitari di "Analisi II" e di "Calcolo delle Probabilità e Statistica" rispettivamente), mentre non si fa mai cenno neppure ai più semplici modelli di programmazione lineare e non-lineare e alle relative proprietà e tecniche risolutive.

3. Sempre nelle "Linee generali" al punto 6 si citano "semplici modelli matematici di classi di fenomeni", trascurando i "semplici modelli matematici di classi di problemi decisionali", che dovrebbero essere sviluppati di pari passo. Esiste una differenza concettuale fondamentale tra i due tipi di modelli: i fenomeni evolvono in modo unico (deterministico o non-deterministico), determinato dalle leggi fisiche (deterministiche o non-deterministiche) che li governano; i problemi decisionali invece hanno molteplici soluzioni possibili (indipendentemente dal fatto di essere formulati con modelli deterministici o non-deterministici). La natura dei modelli matematici che ne derivano è profondamente diversa e diverse sono le proprietà dei modelli e le tecniche risolutive. Un conto è calcolare o simulare la traiettoria di un proiettile lanciato ad un angolo dato (che dipende da un'unica legge fisica); un altro è scegliere (tra gli infiniti possibili) l'angolo di lancio ottimale per (ad esempio) massimizzare la gittata del proiettile. Sono problemi matematici del tutto diversi, che richiedono modelli matematici diversi e tecniche risolutive diverse. E se i due modelli matematici (quello del fenomeno fisico e quello del problema decisionale) sono "difficili", lo sono per motivi completamente diversi dal punto di vista concettuale. Non vi è alcun motivo per inserire negli obiettivi dell'apprendimento solo i modelli di fenomeni e non i modelli di problemi decisionali.
4. Questa tendenza gravemente riduttiva si manifesta ancora, sempre nelle "Linee generali", anche laddove si afferma che lo studente "saprà applicare quanto appreso per la soluzione di problemi, anche utilizzando *strumenti informatici di rappresentazione geometrica e di calcolo*". Inoltre si afferma subito dopo che nel liceo scientifico ciò varrà in particolare per il calcolo infinitesimale ed i metodi probabilistici di base. Questa impostazione è tanto riduttiva da far quasi perdere la differenza tra calcolatore e calcolatrice. Gli strumenti informatici non vanno presentati solo come strumenti atti ad automatizzare calcoli come nel caso del calcolo infinitesimale e dei metodi probabilistici di base (per i quali basta una calcolatrice), ma soprattutto come strumenti atti ad eseguire algoritmi, come nel caso della programmazione matematica. Da questo punto di vista la *programmazione matematica* (lineare, non-lineare e lineare intera) riveste un grandissimo valore formativo non solo sul versante matematico ma anche su quello informatico. Si pensi ad esempio a quanti concetti matematici, modellistici ed algoritmici si possono illustrare con un uso intelligente del componente aggiuntivo "Solutore" dei fogli elettronici (del quale studenti e insegnanti italiani ignorano quasi sempre l'esistenza e continueranno così ad ignorarla).
5. L'affermazione conclusiva "L'indicazione principale è: pochi concetti e metodi fondamentali, acquisiti in profondità" è da incorniciare. Peccato che sia contraddetta dagli "Obiettivi specifici di apprendimento", dove compaiono esplicitamente argomenti ben lontani dall'essere "fondamentali" a livello di scuola superiore (v. i numeri complessi, le equazioni differenziali, le

distribuzioni statistiche, la calcolabilità,...), mentre continuano a mancare concetti sicuramente fondamentali (soprattutto oggi) come quello di *programmazione matematica* che è alla base di tutti i metodi quantitativi di supporto alle decisioni in ogni settore dell'economia e della società. Manca persino qualunque accenno al concetto di “grafo”, che è uno strumento modellistico di grande potenza e di amplissima applicabilità.

Obiettivi specifici di apprendimento.

1. L'impostazione stessa degli “Obiettivi specifici di apprendimento” è criticabile. Essa si articola su quattro punti, denominati “Aritmetica e algebra”, “Geometria”, “Relazioni e funzioni” e “Dati e previsioni”, cui si aggiunge solo nel primo biennio un quinto punto “Elementi di informatica”. I motivi di critica sono molteplici:
 - “Aritmetica e algebra” e “Geometria” sono branche della matematica, non sono obiettivi di apprendimento. Vengono elencati dei contenuti ma manca la giustificazione dell'insegnamento, e quindi la motivazione all'apprendimento. Questo accade appunto perchè manca la relazione con l'obiettivo formativo che si vuole raggiungere e che non è sempre indicato. Si prescrivono contenuti (chiamandoli obiettivi) senza delineare obiettivi. Il termine “obiettivo di studio” è di per sè ambiguo: i concetti matematici sono “argomenti di studio” o “oggetti di studio”. Confondere gli argomenti con gli obiettivi è un tipico indicatore di autoreferenzialità.
 - “Relazioni e funzioni” sono oggetti matematici di fondamentale importanza, ma non sono obiettivi di apprendimento. L'obiettivo è la capacità di definire e studiare *modelli matematici* (usando appunto relazioni e funzioni come parti costitutive del modello). Questo viene (talvolta) specificato, infatti, ma solo in relazione a modelli matematici *di fenomeni* e mai *di problemi decisionali*. In “Relazioni e funzioni” per il primo biennio (e solo in questo punto) si accenna genericamente a “contesti di ricerca operativa o di teoria delle decisioni” (come se fossero due cose diverse). E' un accenno estremamente superficiale e sordinato rispetto a tutto il resto.
 - “Dati e previsioni” è riduttivo. Le previsioni sono un mezzo, non un fine. L'obiettivo finale sono le *decisioni*. In tutto il contesto internazionale si parla da anni di *decision-making* basato sui *dati*. Non può mancare tra gli obiettivi formativi degli studenti italiani l'acquisizione della consapevolezza che *tramite modelli matematici e algoritmi di calcolo è possibile realizzare sistemi di supporto alle decisioni*, alimentati dai *dati* resi disponibili dalle tecnologie ICT. Vedere i dati come finalizzati solo alle previsioni anziché alle decisioni è gravemente riduttivo e corrisponde al fatto di non aver accompagnato l'introduzione dei concetti fondamentali di statistica (tipicamente finalizzati alle previsioni) con quelli altrettanto fondamentali di ricerca operativa (tipicamente finalizzati alle decisioni).
 - Il punto “Elementi di informatica” è presente tra gli obiettivi formativi del primo biennio e non negli anni successivi. Al limite sarebbe comprensibile il contrario. L'uso intelligente degli appropriati strumenti *software* oggi disponibili dovrebbe accompagnare tutto l'insegnamento della matematica (e non solo nella scuola superiore). L'uso di strumenti informatici viene previsto nelle Indicazioni “al fine precipuo di rappresentare e manipolare oggetti matematici” e di “rappresentare dati” di vario tipo. Manca qualunque riferimento all'uso del *software* per la descrizione e la soluzione di problemi decisionali e di ottimizzazione tramite opportuni algoritmi. L'apprezzabilissimo riferimento che recita “Un tema fondamentale di studio sarà il concetto di algoritmo e l'elaborazione di strategie di risoluzioni algoritmiche nel caso di problemi semplici e di facile modellizzazione” rimane purtroppo scollegato dall'analisi delle proprietà del modello matematico del problema da risolvere (obiettivo formativo importantissimo, mai menzionato). Si ripropone quindi l'approccio istintivo al *problem solving*

(dagli esiti formativi devastanti) “dai dati all’algoritmo”, che pretende di saltare a piè pari l’analisi del modello matematico del problema, che è invece ciò che più conta. Tutta questa parte risulta trattata con superficialità, che stride peraltro con l’accento a contenuti di informatica teorica assolutamente superflui a livello di scuola superiore come quelli di “funzione calcolabile e calcolabilità”.

2. In “Relazioni e funzioni” del quinto anno, la frase “lo studente acquisirà familiarità con l’idea generale di ottimizzazione e con le sue applicazioni in numerosi ambiti” è priva di senso. Anzitutto non si può acquisire familiarità con una “idea generale”. L’ottimizzazione non è un’idea generale ma un concetto matematico ben preciso e definito, che va messo in relazione con i problemi di ottimizzazione (che vanno definiti e classificati: lineari o non-lineari, continui o discreti, a un obiettivo o a molti obiettivi, deterministici o non-deterministici,...) e con gli algoritmi di ottimizzazione, che sono molti e di vario tipo, ciascuno con le proprie caratteristiche, e ambiti di applicazione. La familiarità andrebbe acquisita con i metodi di rappresentazione matematica di ciascun tipo di problema di ottimizzazione: ad esempio con l’uso di variabili decisionali binarie per rappresentare predicati logici “vero/falso” (un altro concetto modellistico fondamentale del tutto assente nelle Indicazioni). Inoltre “introdurre l’idea generale di ottimizzazione” al quinto anno è sbagliato poiché il concetto di massimo e minimo di una funzione deve essere introdotto ben prima. Infine “le applicazioni” dell’ottimizzazione “in numerosi contesti” sono riferite nelle Indicazioni al ruolo del calcolo infinitesimale, cioè al calcolo di punti di massimo e minimo di funzioni non-lineari nel continuo (ancora riferito a “fenomeni fisici o di altra natura”), il che corrisponde nuovamente ad una visione estremamente riduttiva dell’ottimizzazione.

E’ vero che è lasciata alla libera iniziativa degli insegnanti la possibilità di arricchire le “Indicazioni” ministeriali, ma ciò varrebbe anche per la statistica e l’analisi numerica, che invece sono abbondantemente presenti *in modo esplicito* nelle Indicazioni. Alcuni contenuti fondamentali devono essere esplicitati, non fosse che per consentirne la *valutazione* sia all’esame di stato che nei test tipo INVALSI e OCSE/PISA, e tra questi i concetti fondamentali di ricerca operativa non possono essere ancora trascurati senza grave danno formativo per gli studenti. Ciò che non è esplicitamente richiesto nelle Indicazioni non può essere oggetto di valutazione comparativa e non costituisce il *corpus* culturale di base ritenuto indispensabile. Ciò è *gravemente sbagliato*.

Dal 2008 la professione del ricercatore operativo è arrivata ad essere una delle dieci più richieste e meglio remunerate dal mercato del lavoro negli USA (v. allegato 1). Pubblicazioni recenti come “Math Will Rock Your World”, “Competing on Analytics”, “The Numerati”, “Super Crunchers”, “The New Know” hanno posto all’attenzione anche dei non specialisti (o per lo meno di coloro che si aggiornano) l’importanza decisiva che oggi riveste l’uso dei *modelli matematici* e degli *algoritmi di calcolo* di ricerca operativa per la competitività delle aziende, per la qualità dei servizi ai cittadini, per lo sviluppo della tecnologia, per la crescita dell’economia e la creazione di nuovi posti di lavoro, per il benessere della società. Spiace constatare che in Italia la Commissione ministeriale che promulga le Indicazioni relative agli obiettivi formativi di tutte le scuole di ogni ordine e grado sia coordinata da persone che ignorano l’esistenza stessa della ricerca operativa.

Nei principali paesi occidentali sono già in atto da alcuni anni importanti iniziative per l’introduzione della ricerca operativa nelle scuole superiori. L’esempio più famoso è l’iniziativa HSOR (*High School Operations Research*) attivata negli USA già dal 1996 (www.hsor.org) e finanziata dalla National Science Foundation. Un analogo esempio in Europa si ha nel Regno Unito con l’iniziativa “Learn about O.R.” (www.learnaboutor.co.uk).

Il confronto con i paesi stranieri si gioca soprattutto sulla valutazione delle abilità modellistiche e matematiche degli studenti, come quelle richieste dai test comparativi OCSE/PISA. E’ ben noto che

gli studenti italiani risultano mediamente molto meno preparati dei loro coetanei quando devono affrontare test relativi al *problem solving* e alla “*matematizzazione*” di *problemi decisionali descritti in linguaggio naturale*. L’introduzione dei concetti fondamentali di ricerca operativa, che si può inserire già dai primi anni della scuola superiore (a dire il vero, esistono esperienze che mostrano che si può iniziare in quarta elementare!), è finalizzato proprio a dare agli studenti la *forma mentis* e le competenze richieste nei *test* come quelli OCSE/PISA, oltre che a introdurre e motivare in modo diverso lo studio di argomenti che già ora fanno parte del programma di matematica, ma che risultano scollegati tra di loro e non adeguatamente motivati. I *test* OCSE/PISA non richiedono la conoscenza di “distribuzioni doppie condizionate e marginali” (elencate tra gli obiettivi specifici di apprendimento del secondo biennio) né di “distribuzione binomiale, normale e di Poisson” (elencate tra gli obiettivi specifici di apprendimento del quinto anno) e tanto meno di “funzione calcolabile e calcolabilità” (elencate tra gli obiettivi specifici di apprendimento del primo biennio!) o di risoluzione di equazioni differenziali (spostate dalla formazione universitaria al quinto anno di liceo). Richiedono invece un minimo di dimestichezza con strumenti di base di modellizzazione matematica come i grafici (non menzionati nelle “Indicazioni”) e soprattutto una *forma mentis* orientata al *problem solving* con metodo scientifico, per formare la quale la ricerca operativa (e in particolare la programmazione matematica) svolge un ruolo educativo *unico, indispensabile e insostituibile*, soprattutto per sviluppare le capacità di astrazione (modelli matematici di problemi decisionali e in particolare di problemi di ottimizzazione, che richiedono di trovare la scelta migliore tra diverse alternative possibili).

L’AIRO rinnova il più profondo e sincero apprezzamento per la coraggiosa opera di riforma della scuola italiana e offre questo contributo critico per stimolare una più approfondita riflessione che consenta una *reale, effettiva e coerente* traduzione in pratica delle condivisibilissime linee-guida che ispirano la riforma stessa.

L’AIRO rinnova la propria disponibilità, già più volte espressa in diverse sedi, per:

- un confronto serio e costruttivo con i competenti membri della Commissione ministeriale,
- attività di formazione degli insegnanti sulla R.O. e sulla didattica della R.O. (proseguendo iniziative già in atto da diversi anni),
- elaborazione di materiale didattico e libri di testo (con esercizi anche per l’attività di laboratorio),
- organizzazione di iniziative per la valorizzazione delle eccellenze (come le gare nazionali di ricerca operativa già in atto da alcuni anni).

Riferimenti

- S. Baker, “Math Will Rock Your World”, Business Week, 23.1.2006
- T.H. Davenport, J.G. Harris, “Competing on Analytics: the New Science of Winning”, Harvard Business School Press, Boston, Massachusetts, 2007
- I. Ayres, “Super Crunchers: Why Thinking-by-Numbers is the New Way to Be Smart”, Bantam Dell, New York, 2007
- S. Baker, “The Numerati”, Houghton Mifflin Company, New York, 2008
- T. May, “The New Know: Innovation Powered by Analytics”, Wiley and SAS Business Series, Hoboken, New York, 2009