

Le ambulanze di Algoritmia

Il servizio 118 della città di Algoritmia gestisce un dato numero di ambulanze che sono dislocate in alcune aree di parcheggio appositamente predisposte e vengono inviate al domicilio dei pazienti non appena essi richiedono un intervento telefonando alla centrale operativa. La progettazione di questo servizio di emergenza deve tenere eseguita in modo da ottimizzare il livello di servizio offerto alla popolazione. A questo scopo bisogna decidere dove localizzare le ambulanze disponibili, tenendo conto della variabilità della domanda nell'arco della giornata e della variabilità nel numero di ambulanze disponibili.

Descrizione del problema. La città di Algoritmia è stata suddivisa in zone tramite una semplice quadratura del territorio. Per ogni quadrato di lato L è stata stimata la popolazione che vi risiede nelle F fasce orarie in cui è divisa la giornata. Ai fini del problema, la popolazione si suppone concentrata nel centro di ogni quadrato.

È noto un insieme di A aree di parcheggio disponibili, da cui le ambulanze possono partire. Ai fini del nostro problema si suppone che queste aree di parcheggio siano poste al centro del loro quadrato.

Si può ritenere che il tempo di intervento di un'ambulanza sia direttamente proporzionale alla distanza in linea d'aria tra il punto di partenza (centro del quadrato ove si trova l'area di parcheggio) ed il punto di destinazione (centro del quadrato da cui origina la domanda). Il coefficiente di proporzionalità dipende dal traffico, cioè dalla fascia oraria.

Le ambulanze disponibili sono in numero dato, P^{max} , ma nel momento in cui giunge una richiesta di servizio alcune di esse possono essere già impegnate nel servizio di chiamate precedenti. Dall'esame dei dati storici si è visto che il numero di ambulanze disponibili oscilla da un valore minimo $P^{min} < P^{max}$ fino a P^{max} .

A seconda di quante sono le ambulanze disponibili in un dato momento, si vuole decidere in quali aree di parcheggio localizzarle in modo da coprire nel modo migliore possibile la città. A questo fine si intende che una zona della città (un quadrato) è coperta se e solo se può essere raggiunta dall'ambulanza libera più vicina in non più di $T = 8$ minuti. Tale infatti è il tempo di intervento richiesto al servizio 118 per trattare i casi più gravi.

La prima richiesta pertanto è quella di determinare per ogni fascia oraria e per ogni numero di ambulanze disponibili qual è la loro dislocazione ottimale. Per dislocazione ottimale si intende quella che minimizza il numero di persone non coperte dal servizio.

Il secondo requisito è quello di risolvere lo stesso problema con un vincolo in più: si vuole che le configurazioni ottimali relative alla

stessa fascia oraria e ad un numero di ambulanze disponibili pari a P e a $P + 1$ abbiano in comune almeno $P - H$ posizioni delle ambulanze, dove H è un numero intero dato. Ciò deve valere per tutti i valori di P tra P^{min} e $P^{max} - 1$. In questo modo ogni volta che un'ambulanza si libera o un'ambulanza viene occupata, la centrale operativa può passare da una configurazione ottima all'altra ri-localizzando al più $H + 1$ ambulanze libere.

Formato dell'input. Per ogni esempio di problema viene fornito un unico file di testo denominato ESEMPIOX.IN (dove X è una cifra decimale) con i seguenti dati:

- Numero di quadratini O in orizzontale (numero intero positivo) e numero di quadratini V in verticale (numero intero positivo);
- Lato di ogni quadratino L , espresso in metri (numero intero positivo);
- Numero F di fasce orarie (numero intero positivo);
- F matrici di dimensioni $O \times V$, una per ogni fascia oraria, che rappresentano la popolazione di ogni zona espressa in centinaia di persone (numeri interi non-negativi);
- Velocità media v delle ambulanze in ogni fascia oraria, espressa in Km/h (F numeri interi positivi);
- Rapporto medio ρ tra le distanze su strada e le distanze in linea d'aria (numero con due cifre decimali);
- Numero massimo P^{max} e numero minimo P^{min} di ambulanze disponibili;
- Numero A di aree di parcheggio disponibili;
- Elenco di A quadrati in cui si trovano le aree di parcheggio, ciascuno identificato da due indici $o = 1, \dots, O$ e $v = 1, \dots, V$ (indici di riga e di colonna delle matrici).
- Valore di H , numero di rilocalizzazioni consentite (numero intero maggiore o uguale a 0).

Del problema vengono forniti più esempi di dimensioni crescenti.

Formato dell'output. Di ciascun esempio proposto si vuole conoscere:

- la dislocazione ottimale delle ambulanze per ogni fascia oraria e per ogni numero di ambulanze, senza vincoli sul numero di ri-localizzazioni;
- idem con il vincolo di avere una sola ri-localizzazione.

I risultati devono essere scritti su files di testo (un file per ogni esempio) seguendo alcune semplici convenzioni:

- su ciascuna delle prime $P^{max} - P^{min} + 1$ righe del file deve comparire la sequenza di P aree di parcheggio (numeri compresi tra 1 e A), relative al caso con P^{max} ambulanze, $P^{max} - 1$ ambulanze, $P^{max} - 2$ ambulanze, e così via fino a P^{min} ambulanze, riferite alla prima fascia oraria (senza vincoli sul numero di ri-localizzazioni);
- sulle successive $P^{max} - P^{min} + 1$ righe del file la stessa informazione riferita alla seconda fascia oraria e così via per F volte;
- una riga completamente vuota;
- altri F blocchi di $P^{max} - P^{min} + 1$ righe ciascuno, organizzati esattamente nello stesso modo, relativi al caso con numero di ri-localizzazioni vincolato.
- il file non deve contenere né commenti né caratteri che non siano spazi, numeri interi e ritorni a capo;
- il nome del file deve essere ESEMPIOX.OUT, dove X è il numero del corrispondente file di ingresso.

L'ammissibilità di ogni soluzione ed il suo costo rispetto all'obiettivo verranno verificati dalla Direzione di Gara.

N.B.: Per consentire la verifica automatica, le soluzioni devono essere tassativamente comunicate nel rispetto del formato sopra descritto. Soluzioni diversamente formattate non saranno prese in considerazione.

Un esempio. Questo è un esempio di file di input ESEMPIO0.IN.

```

4 4
3000
2
24 65 27 34
12 4 32 31
25 28 31 30
14 19 19 13
28 21 15 14
35 36 10 0
28 29 0 0
12 15 10 23
50 50
1.50
3 2
8
1 1
1 4
2 2
2 3

```

3 2
3 3
4 1
4 4
0

Un corrispondente file di output ESEMPIO0.OUT potrebbe essere il seguente:

3 4 5
2 7
1 7 8
2 5

3 4 5
3 5
1 4 5
1 5

Questa soluzione corrisponde a localizzare nella prima fascia oraria tre ambulanze nelle aree 3, 4 e 5 e due ambulanze nelle aree 2 e 7 e a localizzare nella seconda fascia oraria tre ambulanze nelle aree 1, 7 e 8 e due ambulanze nelle aree 2 e 5. Limitando il numero di ri-localizzazioni la soluzione consiste invece nel localizzare nella prima fascia oraria tre ambulanze nelle aree 3, 4 e 5 e due ambulanze nelle aree 3 e 5 e a localizzare nella seconda fascia oraria tre ambulanze nelle aree 1, 4 e 5 e due ambulanze nelle aree 1 e 5.

Con i dati dell'esempio ogni ambulanza copre un raggio in linea d'aria pari a vT/ρ , cioè $4,4$ km. Poiché il lato di ogni quadrato è pari a $L = 3$ km (e quindi la diagonale di ogni quadrato è pari a $L\sqrt{2} = 4,2426$ km) ogni area di parcheggio consente all'ambulanza di coprire tutti e soli i quadrati adiacenti "a mosca di Re". Quindi nelle configurazioni date, risultano scoperte un numero di persone pari a:

(senza vincolo sulla ri-localizzazione)

13 (3 ambulanze, fascia 1)

37 (2 ambulanze, fascia 1)

14 (3 ambulanze, fascia 2)

51 (2 ambulanze, fascia 2)

(con vincolo sulla ri-localizzazione)

13 (3 ambulanze, fascia 1)

108 (2 ambulanze, fascia 1)

23 (3 ambulanze, fascia 2)

52 (2 ambulanze, fascia 2)

Pertanto nel caso senza vincolo sulla ri-localizzazione la soluzione indicata ha un costo pari a $13+37+14+51=115$ mentre nel caso con vincolo sulla ri-localizzazione la soluzione indicata ha un costo pari a $13+108+23+52=196$.