**Soluzione: Fontana**

Le variabili del problema sono ovviamente le coordinate cartesiane dei centri dei due cerchi ed i loro raggi. Sono quindi sei variabili continue. Le coordinate dei centri sono variabili libere, mentre i raggi hanno valori non-negativi. Indichiamo con *(x, y, r)* e con *(X, Y, R)* le variabili relative al cerchio interno ed al cerchio esterno rispettivamente.

Per imporre che il cerchio esterno sia ricoprente, basta richiedere che per ogni punto dato (vertice del poligono, di coordinate *(xi,yi)*, *i=1..N*), la sua distanza dal centro sia minore o uguale al raggio. L’obiettivo in questo caso è la minimizzazione del raggio *R*.

$$dist\left(\left(X,Y\right),\left(x\_{i},y\_{i}\right)\right)\leq R ∀i=1…N$$

Per imporre che l’altro cerchio sia contenuto nel poligono è necessario imporre che il centro *(x,y)* del cerchio piccolo sia distante dai lati almeno quanto il raggio *r*. La distanza del centro dai lati si può esprimere conoscendo l’equazione delle rette dei lati, che a sua volta si ricava conoscendo le coordinate di due punti per ogni lato. L’equazione della retta per i punti *i* e *i+1* è:

$$\left(x-x\_{i}\right)\left(y\_{i+1}-y\_{i}\right)=\left(y-y\_{i}\right)\left(x\_{i+1}-x\_{i}\right) ∀i=1…N$$

dove l’indice va letto modulo *N*.

Utilizzando la formula della distanza di un punto da una retta, i vincoli sono pertanto:

$$\frac{\left(y\_{i+1}-y\_{i}\right)x+\left(x\_{i}-x\_{i+1}\right)y+\left[y\_{i}\left(x\_{i+1}-x\_{i}\right)-x\_{i}\left(y\_{i+1}-y\_{i}\right)\right]}{\sqrt{\left(y\_{i+1}-y\_{i}\right)^{2}+\left(x\_{i}-x\_{i+1}\right)^{2}}}\geq r ∀i=1…N$$

In questo secondo caso l’obiettivo è la massimizzazione di *r*.

In entrambi i casi il problema è convesso e la soluzione trovata è ottima non solo localmente ma anche globalmente.

Il terzo caso richiede di massimizzare il rapporto tra *r* e *R* dopo aver introdotto i vincoli *x=X* e *y=Y*.