**Esercizio 2: Piscina nel parco**

Le variabili del problema sono le coordinate dei vertici del rettangolo oppure i coefficienti delle rette che contengono i lati. Seguendo la seconda ipotesi, che risulta leggermente più semplice, siano *ai*, *bi* e *ci* i tre coefficienti della retta *i=1..4*. Affinché essi rappresentino effettivamente una retta è necessario imporre la condizione di normalizzazione

Dette *xi* e *yi* le coordinate del vertice *i*-esimo, si può imporre il passaggio delle rette per i vertici con le otto equazioni:

dove gli indici vanno letti modulo 4.

Per imporre che il quadrilatero sia un rettangolo, basta imporre la condizione di perpendicolarità tra le rette con indici consecutivi (bastano 3 delle 4 condizioni):

Le lunghezze dei lati, dette *L1* e *L2*, sono date da

e l’area da massimizzare è quindi *A = L1\*L2*.

Le proporzioni tra le lunghezze sono imposte dai vincoli

Bisogna anche imporre che le coordinate dei vertici siano all’interno del parco:

Infine, occorre imporre che gli alberi in posizione data non cadano all’interno del rettangolo. Indicando con *x’* e *y’* le loro coordinate e utilizzando l’indice *j=1…8* per indicare gli alberi, si può imporre che le equazioni delle rette dei lati siano soddisfatte come disuguaglianze a meno che il vincolo sia reso ridondante da un termine che dipende da una variabile binaria *zij*, come si usa fare in presenza di vincoli disgiuntivi. Bisogna infatti imporre che ogni albero cada dalla parte esterna di almeno uno dei quattro lati della piscina.

Si ha quindi:

e

Perché i lati siano orientati nella direzione giusta, si può imporre che i vertici del rettangolo soddisfino le stesse disuguaglianze con il segno opposto, cioè siano verso l’interno della piscina rispetto a ciascun lato.

Il modello risultante è di PNL e non è convesso.