# Esercizio 1: Arbitri

 Si tratta di un problema di assegnamento tra arbitri e squadre, tramite assegnamento di arbitri a partite. Le partite a loro volta sono combinazioni di giornate e partite, poiché ci sono 5 diverse giornate e 3 partite in ogni giornata. I dati del problema devono quindi anzitutto descrivere quali squadre disputano ciascuna partita di ciascuna giornata. A questo scopo si possono definire anzitutto un insieme di giornate (5 elementi), un insieme di partite (3 elementi) e un insieme di squadre (6 elementi). Dopodiché il calendario è rappresentabile con una matrice binaria tridimensionale *m*, dove ogni elemento *m(g,p,s)* vale 1 se e solo se la squadra *s* disputa la partita *p* nella giornata *g*. Ad esempio la prima giornata, il cui calendario prevede gli abbinamenti

AAA - FFF

BBB - EEE

CCC - DDD

viene rappresentata dalla sotto-matrice *m(1,p,s)*

1 0 0 0 0 1

0 1 0 0 1 0

0 0 1 1 0 0

dove ogni riga corrisponde ad una partita *p* ed ogni colonna ad una squadra *s*.

Si può poi definire un insieme di arbitri (3 oppure 4 elementi).

Le variabili che descrivono la soluzione del problema sono quindi variabili binarie di assegnamento: *x(g,p,a)* vale 1 se e solo se l’arbitro *a* viene assegnato alla partita *p* della giornata *g*.

I vincoli di assegnamento impongono che ad ogni partita sia assegnato un arbitro:

$$\sum\_{a}^{}x\left(g,p,a\right)=1 ∀g,p$$

Inoltre nessun arbitro deve essere assegnato a più di una partita nello stesso turno:

$$\sum\_{p}^{}x\left(g,p,a\right)\leq 1 ∀a,g$$

Il numero di volte che un arbitro *a* viene assegnato alla squadra *s* è dato da

$$\sum\_{g}^{}\sum\_{p}^{}m\left(g,p,s\right)\*x(g,p,a)$$

L’obiettivo da ottimizzare è la differenza tra il massimo ed il minimo di tali assegnamenti complessivi. Tale obiettivo si può esprimere introducendo due variabili ausiliarie, *l* e *u*, ed i vincoli

$$l\leq \sum\_{g}^{}\sum\_{p}^{}m\left(g,p,s\right)\*x\left(g,p,a\right)\leq u ∀a,s$$

L’obiettivo da minimizzare è semplicemente *u-l*.

Completano il modello le condizioni di integralità sulle variabili binarie *x*.

Il modello risultante è di programmazione lineare binaria ed è contenuto nel file Lingo ARBITRI.LG4.

Le soluzioni ottime con 3 e con 4 arbitri sono nei files Lingo ARBITRI3.LGR e ARBITRI4.LGR