**Esercizio 2: Cloud computing capacity planning**

Il problema si può formulare con variabili binarie *y* che rappresentano la necessità di pagare i costi di prenotazione e variabili continue *x* che rappresentano la capacità effettivamente usata per ogni tipo di servizio. Il servizio a domanda può essere trattato semplicemente come un caso particolare di servizio a prenotazione in cui il costo di prenotazione è nullo ed il costo variabile è molto alto.

In questo modo la funzione obiettivo da minimizzare è data dalla somma su tutti i possibili tipi di servizio dei costi fissi moltiplicati per la corrispondente variabile *y* e dei costi variabili moltiplicati per la corrispondente variabile *x*.

 La relazione tra le due variabili per ogni servizio *j* è data dal vincolo $x\_{j}\leq q y\_{j}$, dove *q* rappresenta la capacità complessiva richiesta.

 La somma delle variabili x deve eguagliare la domanda complessiva: $\sum\_{j}^{}x\_{j}=q$.

 Il modello che si ottiene in questo modo è di PLI. Esso quindi consente di calcolare una soluzione con garanzia di ottimalità (non di unicità) per ogni dato valore della capacità richiesta *q*. Tuttavia non si presta ad eseguire l’analisi parametrica sul parametro *q*, come è richiesto, per ricavare i costi in funzione della domanda complessiva. Per poter eseguire l’analisi parametrica bisogna riformulare il problema come modello di programmazione lineare con variabili continue.

 A questo scopo basta osservare che il problema richiede di determinare una funzione lineare a tratti, come in figura.

z

q

 Ciò equivale ad osservare che è sempre solo uno il servizio da scegliere (una sola variabile *x* è diversa da zero all’ottimo). Per valori bassi di *q* risultano convenienti i servizi con minor costo fisso e maggior costo variabile, mentre al crescere di *q* diventano più convenienti i servizi che hanno alti costi fissi e bassi costi variabili. Pertanto, per ogni dato valore di *q* il corrispondente valore dei costi, *z(q)*, è dato dal minimo tra i valori di costo corrispondenti ai diversi servizi per quel valore di *q*. Per trovarlo si può quindi risolvere un problema di massimizzazione lineare nel continuo:

$$maximize z, s.t. z\leq f\_{j}+c\_{j}q ∀j\in S$$

Facendo l’analisi parametrica su *q* si ottiene facilmente quanto richiesto.

I modelli sono nei files Lindo CLOUD1.LTX e CLOUD2.LTX. Dall’analisi parametrica riportata nel file CLOUD2.OUT si può osservare che il servizio 2 non è mai conveniente.