

## La farina di baobab

Un'azienda farmaceutica vuole decidere se inserirsi o no sul mercato della farina di baobab, prodotto dalle notissime (?) proprietà terapeutiche ricavato dalla corteccia del baobab finemente tritata, e vi chiede di decidere se e in quale misura conviene iniziare la nuova produzione.

Il Reparto Produzione informa che grazie alle nuove tecnologie è possibile tritare le cortecce di baobab con un rendimento del 100%, cioè senza scarti di produzione.

L'Ufficio Acquisti dell'azienda ha stimato che i costi saranno dovuti in parte ai costi di produzione, dati da una quantità fissa (acquisto dei macchinari per tritare la corteccia di baobab) e da una quantità proporzionale alla produzione (energia elettrica e usura delle macchine) e in parte ai costi di acquisto della materia prima (la corteccia). Questi ultimi non sono proporzionali alla quantità acquistata: maggiore è la quantità acquistata e minore è il suo prezzo. Per la precisione da un'indagine di mercato risulta che vale la relazione

$$P = k/\sqrt{A}$$

dove P è il prezzo della corteccia di baobab espresso in Euro, k è una costante, A è la quantità di corteccia acquistata mensilmente espressa in Kg.

L'Ufficio Vendite ha stimato che il mercato potrebbe assorbire qualunque quantità del nuovo prodotto, fino ad un valore massimo V. Il prezzo di vendita non dovrebbe però superare un valore limite noto, che è il prezzo attualmente praticato dai venditori di farina di baobab.

Si vuole decidere in merito alle seguenti questioni:

- conviene entrare sul mercato?
- se sì, con quale valore della produzione?
- quanto tempo sarà necessario per ammortizzare i costi iniziali di acquisto delle macchine?
- fino a che livello sarebbe tollerabile l'eventuale diminuzione del prezzo di vendita della farina?

Formulare il problema, classificarlo e risolverlo con i dati del file BAOBAB.TXT.

---

---

Costi fissi di acquisto delle macchine: 1000.00 Euro  
Costi variabili di produzione: 10.00 Euro/Kg  
Coefficiente di proporzionalità k: 80  
Quantità massima che il mercato può assorbire: 70 Kg/mese  
Prezzo massimo di vendita: 20.00 Euro/Kg

## Soluzione: La farina di baobab

Il problema ha una sola variabile  $x$ , che rappresenta la quantità di farina di baobab acquistata, prodotta e messa in vendita (quantità acquistata = quantità prodotta = quantità messa in vendita, perché non c'è scarto di produzione).

La funzione obiettivo da massimizzare corrisponde ai profitti dell'azienda, pari alla differenza tra ricavi e costi. I profitti sono pari al prezzo di vendita per  $x$ . Nei costi non bisogna calcolare i costi fissi, poiché vengono ammortizzati nel tempo. I costi mensili sono dati dalla somma di due termini. Il primo termine è lineare ed è il prodotto tra il costo unitario di produzione e la quantità di materia lavorata  $x$ . Il secondo termine invece è non-lineare, poiché il prezzo di acquisto della materia prima scende all'aumentare della quantità acquistata. Perciò il costo di acquisto è dato dal prodotto  $P x$  ossia da  $k\sqrt{x}$ .

Il vincolo relativo al mercato impone di non produrre più di 70 Kg al mese. Tale valore è quindi un limite superiore al valore di  $x$ .

Si tratta quindi di un problema di ottimizzazione non-lineare monodimensionale.

Poiché il problema non è convesso, possono esistere (ed infatti esistono) minimi locali. Quindi la soluzione calcolata dal solutore può essere diversa a seconda dell'inizializzazione. Senza inizializzazione esplicita, il valore iniziale di  $x$  è nullo e il programma si trova già in un minimo locale, che corrisponde all'opzione di non produrre, con zero ricavi e zero costi. Con inizializzazione pari a valori più alti (ad esempio il massimo valore ammesso dal vincolo), il programma trova un'altra soluzione in corrispondenza della quale i ricavi superano i costi, dando un utile positivo. Quindi è conveniente entrare sul mercato.

L'andamento della funzione obiettivo rispecchia la nozione intuitiva dell'economia di scala: è tanto più conveniente produrre quanto maggiore è la quantità prodotta, poiché il prezzo di acquisto diminuisce. Non è invece conveniente produrre al di sotto di una certa soglia.

Il tempo necessario ad ammortizzare i costi fissi iniziali per l'acquisto delle macchine è dato dal rapporto tra tali costi e l'utile mensile, che risulta pari a circa 32.6 mesi, ossia circa 2 anni e 9 mesi.

Infine, il prezzo minimo che garantisce un utile si può calcolare modificando la formulazione imponendo che l'utile sia nullo e minimizzando il valore del prezzo. Una lieve diminuzione del prezzo (da 20 Euro/Kg a 19.56 Euro/Kg) annullerebbe la convenienza della produzione.