

La farina di baobab

Un'azienda farmaceutica vuole decidere se inserirsi o no sul mercato della farina di baobab, prodotto dalle notissime (?) proprietà terapeutiche ricavato dalla corteccia del baobab finemente tritata, e vi chiede di decidere se e in quale misura conviene iniziare la nuova produzione.

Il Reparto Produzione informa che grazie alle nuove tecnologie è possibile tritare le cortecce di baobab con un rendimento del 100%, cioè senza scarti di produzione.

L'Ufficio Acquisti dell'azienda ha stimato che i costi saranno dovuti in parte ai costi di produzione, dati da una quantità fissa (acquisto dei macchinari per tritare la corteccia di baobab) e da una quantità proporzionale alla produzione (energia elettrica e usura delle macchine) e in parte ai costi di acquisto della materia prima (la corteccia). Questi ultimi non sono proporzionali alla quantità acquistata: maggiore è la quantità acquistata e minore è il suo prezzo. Per la precisione da un'indagine di mercato risulta che vale la relazione

$$P = k/\sqrt{A}$$

dove P è il prezzo della corteccia di baobab espresso in Euro, k è una costante, A è la quantità di corteccia acquistata mensilmente espressa in Kg.

L'Ufficio Vendite ha stimato che il mercato potrebbe assorbire qualunque quantità del nuovo prodotto, fino ad un valore massimo V . Il prezzo di vendita non dovrebbe però superare un valore limite noto, che è il prezzo attualmente praticato dai venditori di farina di baobab.

Si vuole decidere in merito alle seguenti questioni:

- conviene entrare sul mercato?
- se sì, con quale valore della produzione?
- quanto tempo sarà necessario per ammortizzare i costi iniziali di acquisto delle macchine?
- fino a che livello sarebbe tollerabile l'eventuale diminuzione del prezzo di vendita della farina?

Formulare il problema, classificarlo e risolverlo con i dati del file BAOBAB.TXT.

Costi fissi di acquisto delle macchine: 1000.00 Euro

Costi variabili di produzione: 10.00 Euro/Kg

Coefficiente di proporzionalità k : 80

Quantità massima che il mercato può assorbire: 70 Kg/mese

Prezzo massimo di vendita: 20.00 Euro/Kg

Soluzione: La farina di baobab

Il problema ha una sola variabile x , che rappresenta la quantità di farina di baobab acquistata, prodotta e messa in vendita (quantità acquistata = quantità prodotta = quantità messa in vendita, perché non c'è scarto di produzione).

La funzione obiettivo da massimizzare corrisponde ai profitti dell'azienda, pari alla differenza tra ricavi e costi. I profitti sono pari al prezzo di vendita per x . Nei costi non bisogna calcolare i costi fissi, poiché vengono ammortizzati nel tempo. I costi mensili sono dati dalla somma di due termini. Il primo termine è lineare ed è il prodotto tra il costo unitario di produzione e la quantità di materia lavorata x . Il secondo termine invece è non-lineare, poiché il prezzo di acquisto della materia prima scende all'aumentare della quantità acquistata. Perciò il costo di acquisto è dato dal prodotto $P x$ ossia da $k\sqrt{x}$.

Il vincolo relativo al mercato impone di non produrre più di 70 Kg al mese. Tale valore è quindi un limite superiore al valore di x .

Si tratta quindi di un problema di ottimizzazione non-lineare monodimensionale.

Poiché il problema non è convesso, possono esistere (ed infatti esistono) minimi locali. Quindi la soluzione calcolata dal solutore può essere diversa a seconda dell'inizializzazione. Senza inizializzazione esplicita, il valore iniziale di x è nullo e il programma si trova già in un minimo locale, che corrisponde all'opzione di non produrre, con zero ricavi e zero costi. Con inizializzazione pari a valori più alti (ad esempio il massimo valore ammesso dal vincolo), il programma trova un'altra soluzione in corrispondenza della quale i ricavi superano i costi, dando un utile positivo. Quindi è conveniente entrare sul mercato.

L'andamento della funzione obiettivo rispecchia la nozione intuitiva dell'economia di scala: è tanto più conveniente produrre quanto maggiore è la quantità prodotta, poiché il prezzo di acquisto diminuisce. Non è invece conveniente produrre al di sotto di una certa soglia.

Il tempo necessario ad ammortizzare i costi fissi iniziali per l'acquisto delle macchine è dato dal rapporto tra tali costi e l'utile mensile, che risulta pari a circa 32.6 mesi, ossia circa 2 anni e 9 mesi.

Infine, il prezzo minimo che garantisce un utile si può calcolare modificando la formulazione imponendo che l'utile sia nullo e minimizzando il valore del prezzo. Una lieve diminuzione del prezzo (da 20 Euro/Kg a 19.56 Euro/Kg) annullerebbe la convenienza della produzione.