

Ricerca operativa - Prova in itinere (23 Aprile 2025)

Esercizio 1.

Dato il seguente problema di PL

$$\begin{aligned} \text{maximize } z &= 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \\ \text{s.t. } -2x_1 + 3x_2 + x_3 &\leq 12 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 &\leq 15 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 &\leq 12 \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

risolverlo con l'algoritmo del simplesso.

Base ottima:

Soluzione ottima:

Valore ottimo:

Entro quali intervalli di valori dei coefficienti dell'obiettivo e dei termini noti dei vincoli la base ottima non cambia?

$$\leq c_1 \leq$$

$$\leq c_2 \leq$$

$$\leq c_3 \leq$$

$$\leq b_1 \leq$$

$$\leq b_2 \leq$$

$$\leq b_3 \leq$$

Scrivere il problema duale e ricavare l'ottimo del duale dall'ottimo del primale tramite la teoria della dualità.

Problema duale:

Base duale ottima:

Soluzione duale ottima:

Valore duale ottimo:

Esercizio 2.

Dato il seguente problema di PL

$$\begin{aligned} \text{minimize } z &= 4x_1 + 2x_2 + x_3 \\ \text{s.t. } x_1 - x_2 &\geq -9 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 &\geq 10 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 &\leq 8 \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

risolverlo con l'algoritmo del simplesso duale.

Base ottima:

Soluzione ottima:

Valore ottimo:

Esercizio 3.

Risolvere il seguente problema di PL:

$$\begin{aligned} \text{maximize } z &= 4x_1 - 2x_2 + x_3 \\ \text{s.t. } x_1 - 2x_2 + 2x_3 &\leq 15 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 &\geq 3 \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 &\leq 12 \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

Base ottima:

Soluzione ottima:

Valore ottimo:

Soluzione 1.

Base ottima: $\{1, 2, 4\}$.

Soluzione ottima: $x^T = [9 \ 6 \ 0]$.

Valore ottimo: 39.

Entro quali intervalli di valori dei coefficienti dell'obiettivo e dei termini noti dei vincoli la base ottima non cambia?

$$2 \leq c_1 \leq \infty$$

$$1 \leq c_2 \leq 3$$

$$-\infty \leq c_3 \leq 5$$

$$-12 \leq b_1 \leq 45$$

$$6 \leq b_2 \leq 24$$

$$4, 8 \leq b_3 \leq 30$$

Problema duale:

$$\begin{aligned} \text{minimize } w &= 12y_4 + 15y_5 + 12y_6 \\ \text{s.t. } &-2y_4 + y_5 + 2y_6 \geq 3 \\ &3y_4 + y_5 - y_6 \geq 2 \\ &y_4 + 2y_5 + y_6 \geq 4 \\ &y \geq 0 \end{aligned}$$

Base duale ottima: $\{3, 5, 6\}$.

Soluzione duale ottima: $y^T = [1 \ 7/3 \ 1/3]$.

Valore duale ottimo: 39.

Soluzione 2.

Base ottima: $\{2, 3, 4\}$.

Soluzione ottima: $x^T = [0 \ 2/5 \ 23/5]$.

Valore ottimo: $27/5$.

Soluzione 3.

Base ottima: $\{1, 2, 3\}$.

Soluzione ottima: $x^T = [15 \ 6 \ 6]$.

Valore ottimo: 54.