Una formulazione multi-commodity flow per il Double TSP with Multiple Stacks.

Dati.

- Un insieme indicizzato $\mathcal{S}$ di S stack.
- Un insieme indicizzato $\mathcal{L}$ di L livelli.
- Due digrafi $D_d = (N, A_d)$ con $|N| = SL$ e con pesature c_{ijd} per ogni arco $(i, j) \in A_d$ con $d = 1, 2$.

Variabili.

- Variabili di assegnamento: $x_{isl} \in \{0, 1\}$ indica se l'elemento $i \in N$ è assegnato allo stack $s \in \mathcal{S}$ al livello $l \in \mathcal{L}$ o no.
- Variabili di flusso: $f_{ijd}^{sl} \geq 0$ indica se la commodity (s, l) fluisce lungo l'arco $(i, j) \in A_d$ o no.
- Variabili di arco: $y_{ijd} \geq 0$ indica se l'arco $(i, j) \in A_d$ è usato o no.

Vincoli. Vincoli di assegnamento (sono $O(n)$):

$$\sum_{s\in\mathcal{S}}\sum_{l\in\mathcal{L}} x_{isl} = 1 \quad \forall i \in N.$$

$$\sum_{i\in N} x_{isl} = 1 \quad \forall s \in \mathcal{S}, l \in \mathcal{L}.$$

Vincoli di conservazione del flusso per ogni nodo e ogni commodity in ogni digrafo (sono $O(n^2)$):

$$\sum_{(i,j)\in A_d} f_{ijd}^{sl} - \sum_{(j,i)\in A_d} f_{jid}^{sl} = x_{jsl+1} - x_{jsl} \quad \forall j \in N, s \in \mathcal{S}, l \in \mathcal{L}, d = 1, 2.$$

Vincoli di capacità (sono $O(m)$):

$$f_{ijd}^{sl} \leq y_{ijd} \quad \forall d = 1, 2, (i, j) \in A_d.$$

Obiettivo.

$$\text{minimize } z = \sum_{d=1}^{2} \sum_{(i,j)\in A_d} c_{ijd} y_{ijd}.$$

Il vantaggio sperato da questa formulazione è che solo le variabili di assegnamento x sono binarie, mentre tutte le altre possono essere dichiarate come continue e risultano automaticamente binarie all'ottimo.

Il loro numero inoltre cresce come $O(mn)$ se n è il numero di nodi e m il numero di archi nei digrafi.

Il numero di vincoli cresce come $O(n^2)$.

Il problema, così formulato, si presta ad essere affrontato con diverse tecniche: ad esempio un branch-and-cut oppure un branch-and-bound basato sul rilassamento di alcuni vincoli.