Laboratorio di matematica: processamento, interpretazione ed elaborazione dei dati

Master per Smart Logistics specialist

Roberto Cordone
(roberto.cordone@unimi.it)

Statistica descrittiva — Lodi, giovedì 16 novembre 2017 (14.00/17.00)

Statistica descrittiva

La statistica descrittiva si occupa delle situazioni in cui

- si compiono delle analisi (qualitative o quantitative);
- il risultato dell'analisi non è sempre lo stesso.

Esempi: alle casse di un supermercato

- i clienti pagano in contanti, con bancomat o con carta?
- i clienti hanno il talloncino per il parcheggio?
- quanto impiega la cassiera a smaltire un cliente?
- ogni quanto tempo arriva un cliente alla cassa?
- ...

Lo scopo della statistica descrittiva è

- organizzare, sintetizzare e presentare i risultati delle analisi
- in modo da facilitarne l'elaborazione per prendere decisioni utili

Terminologia

Popolazione è l'insieme degli elementi che sono oggetto dell'analisi

Per es., i clienti

Unità è il singolo elemento che compone la popolazione

Per es., il singolo cliente

Le popolazioni possono essere

- reali, se sono analizzate completamente unità per unità
  (*i clienti di giovedì 21 dalle 9.00 alle 13.00*)
- virtuali, se sono definite rigorosamente, ma analizzate solo in parte
  (*i clienti dell'anno 2017*)

Per definire una popolazione si deve sempre fare riferimento a uno spazio (posizione o regione) e un tempo (istante o intervallo) precisi

Carattere è il fenomeno analizzato

Per es., il modo di pagamento, il possesso del talloncino, il tempo di servizio o la frequenza di arrivo alla cassa

In genere, si studiano diversi caratteri contemporaneamente
(*tempi di attesa, somme pagate, quantità acquistate da ogni cliente*)

Caratteri

Un carattere si può esprimere in diverse modalità,
che sono i valori diversi assumibili in ciascuna unità

Un carattere si classifica in base al tipo di modalità che ammette:

- binario (o dicotomico), quando è presente in alcune unità e non in altre
  (*Per es., il possesso del talloncino per il parcheggio*)
- qualitativo (o categoriale) quando è espresso a parole
  (*Per es., il mezzo di pagamento*)
- quantitativo (o numerico) quando è espresso da un numero
  (*Per es., il tempo di servizio o la frequenza di arrivo*)

Caratteri qualitativi

Un carattere qualitativo si definisce anche mutabile

Una mutabile può essere

- sconnessa (o nominale) quando
  non esiste nessun ordinamento naturale fra le sue possibili modalità
  (*Per es., il modo di pagamento*)
- ordinale (o ordinata, o ordinabile) quando
  esiste un ordinamento naturale fra le sue possibili modalità
  - lineare
    (*Per es., la qualità del servizio: sufficiente, discreto, buono, ottimo*)
  - ciclico
    (*Per es., il giorno della settimana dedicato alla spesa: lunedì,. . . *)

Caratteri quantitativi

Un carattere quantitativo si definisce anche variabile

Una variabile può essere

- discreta (o intera, o enumerabile) quando i suoi possibili valori possono essere elencati, in quanto costituiscono un insieme finito o infinito numerabile
  (*Per es., il numero di articoli acquistati, la lunghezza della coda*)
- continua (o reale, o misurabile) quando può assumere un insieme continuo di valori, tipicamente un intervallo
  (*Per es., il tempo di servizio, la frequenza di arrivo alla cassa*)

La distinzione tra discreto e continuo può dipendere dalla precisione degli strumenti di misura (ad es., l'altezza in cm)

Dati

I dati sono l'insieme delle misure fatte sulla popolazione

Se le misure riguardano solo un sottoinsieme di unità, tale sottoinsieme si indica con il termine campione

Per esempio, uno studio medico può avere

- come popolazione l'insieme di tutti i pazienti, presenti e futuri
- come unità i singoli pazienti
- come caratteri le caratteristiche rilevate sui pazienti
- come modalità i valori rilevati
- come campione i pazienti oggetto della rilevazione

La statistica descrittiva

- rileva alcuni caratteri di alcune o tutte le unità della popolazione
- ne ricava informazioni sulla popolazione
- allo scopo di dedurne altre informazioni utili o di prendere decisioni

Per cominciare, supporremo che le misure riguardino tutta la popolazione

Distribuzione unitaria

Distribuzione unitaria è l'insieme dettagliato di tutte le rilevazioni fatte

È una lista di $(n+1)$-uple composte da:

- unità
- carattere 1
- ...
- carattere n

Vedi i dati degli Esercizi da 1-1 a 1-5

Questa descrizione è già sufficientemente significativa quando

- le unità non sono troppe
- esiste una rappresentazione efficace

Casi tipici sono

- serie territoriali: l'unità è un punto o una regione
- serie temporali o storiche: l'unità è un istante o intervallo di tempo

Rappresentazioni grafiche

Per le serie territoriali, la rappresentazione più comune è il cartogramma o mappa tematica

Per le serie temporali, la rappresentazione più comune è il grafico a linee

Vedi Esercizio 1-1

Distribuzioni di frequenza

Di solito, però i dati sono troppo dettagliati per essere comprensibili

Occorre un procedimento di aggregazione basato sulla frequenza delle diverse modalità di un carattere nella popolazione

- frequenza assoluta n_i è il numero di unità della popolazione in cui il carattere x assume la modalità x_i per ogni $i \in M$
- frequenza relativa

$$f_i = \frac{n_i}{\sum_{i \in M} n_i} \quad \text{per ogni } i \in M$$

  dove $\sum_{i \in M} n_i = N$ è il numero totale di unità nella popolazione
- frequenza percentuale

$$p_i = 100 \cdot f_i \quad \text{per ogni } i \in M$$

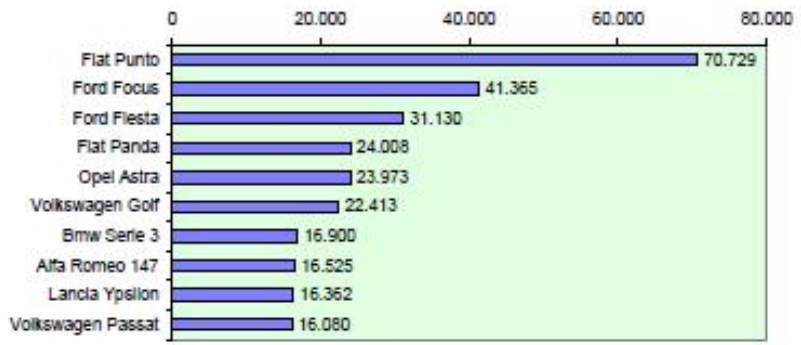
Ovviamente valgono le seguenti proprietà

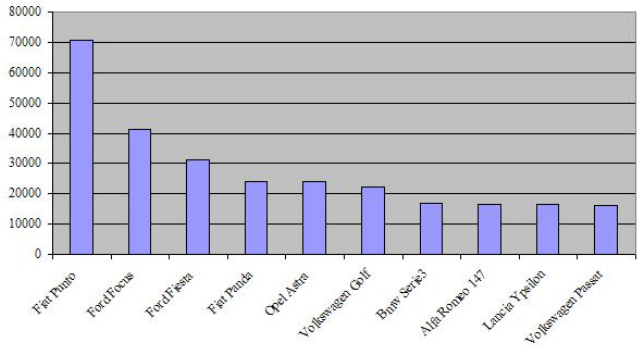
$$\sum_{i \in M} f_i = 1 \qquad \sum_{i \in M} p_i = 100 \quad \text{per ogni } i \in M$$

Rappresentazioni grafiche delle distribuzioni

Anziché le singole rilevazioni, si rappresentano le frequenze delle rilevazioni che presentano la stessa modalità

Il grafico a barre e l'istogramma sono le rappresentazioni più comuni per la frequenza assoluta





Se sono caratteri nominali, si introduce un ordinamento arbitrario, spesso dettato dai dati (*per sottolineare quali sono più frequenti*)

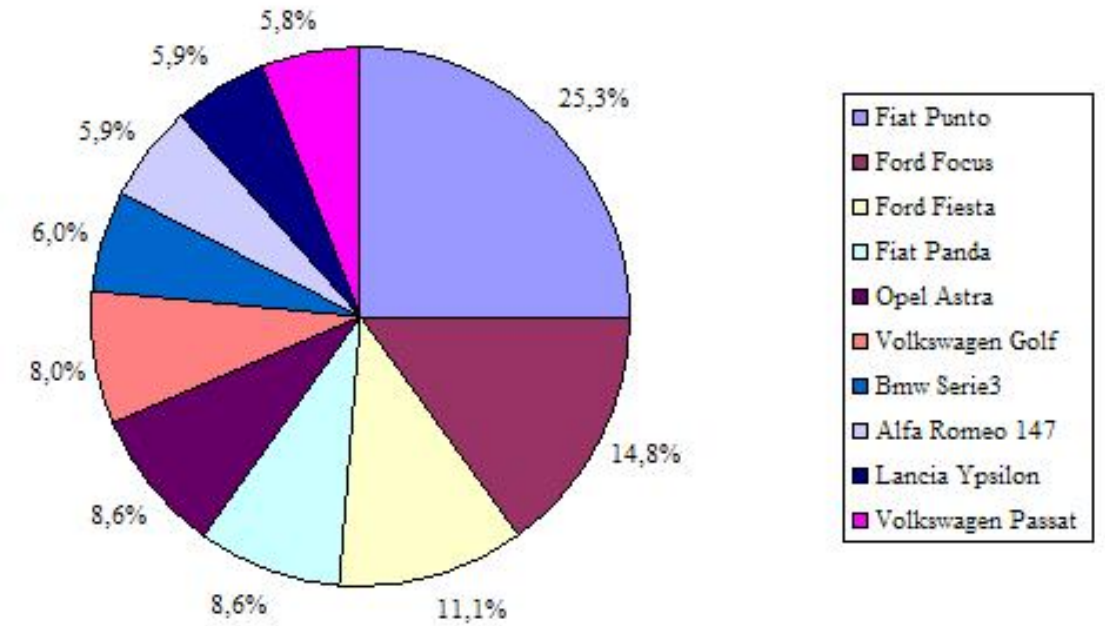
Vedi Esercizio 1-2

Per i caratteri continui, occorre una divisione in classi o intervalli

Ne riparliamo fra poco

Rappresentazioni grafiche delle distribuzioni

Il diagramma a torta si usa invece per la frequenza relativa e percentuale



Vedi Esercizio 1-3

Definizione delle classi per caratteri continui

I diagrammi di frequenza richiedono un numero finito e piccolo di casi

Per i caratteri continui (o discreti con troppe modalità), si dividono le modalità in modo che formino classi (intervalli):

1. mutuamente esclusive, per evitare che alcune unità contino più volte;
2. complessivamente inclusive, per evitare che alcune unità non contino;
3. di ampiezza costante, se possibile (*a volte non lo è*);
4. mai vuote, se è possibile evitarlo (*altrimenti, pazienza*);
5. mai aperte, cosicché tutte abbiano un minimo e un massimo;
6. con valori estremi e un valore centrale interi o semplici.

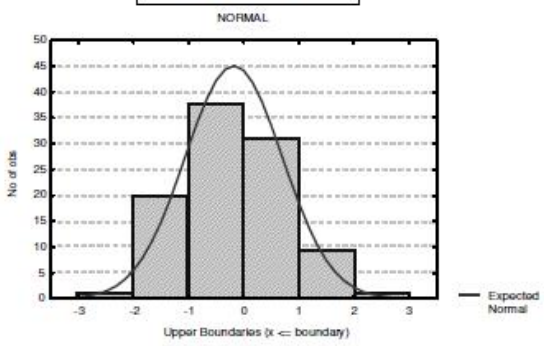
Queste condizioni sono via via meno importanti dalla prima all'ultima

Definizione delle classi per caratteri continui

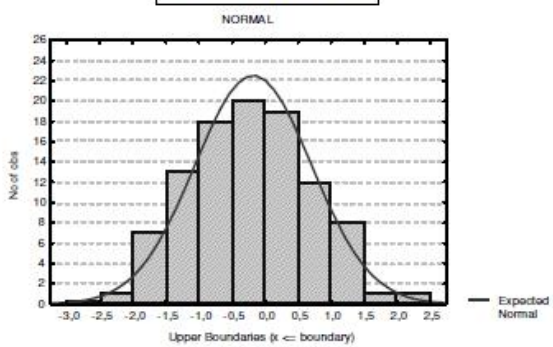
Un numero errato di classi rende i dati illeggibili

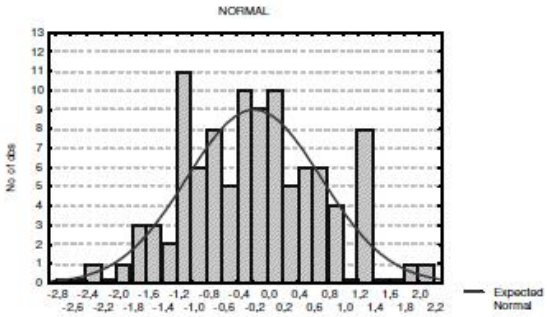
- troppo poche classi cancellano le oscillazioni di frequenza;
- troppe classi producono oscillazioni spurie di frequenza.

6 classi



10 classi





36 classi

Una buona regola euristica è

$$1 + \log_2 N \leq C \leq \sqrt{N}$$

Vedi Esercizio 1-4 ed Esercizio 1-5

Distribuzioni di frequenza cumulata

I caratteri ordinali e quelli quantativi hanno anche le frequenze cumulate

- frequenza assoluta cumulata è il numero di unità della popolazione in cui il carattere x assume modalità $\leq x_i$

$$N_i = \sum_{j \in M : x_j \leq x_i} n_j$$

- frequenza relativa cumulata

$$F_i = \sum_{j \in M : x_j \leq x_i} f_j = \frac{N_i}{N}$$

  dove $\sum_{i \in M} n_i = N$ è il numero totale di unità nella popolazione

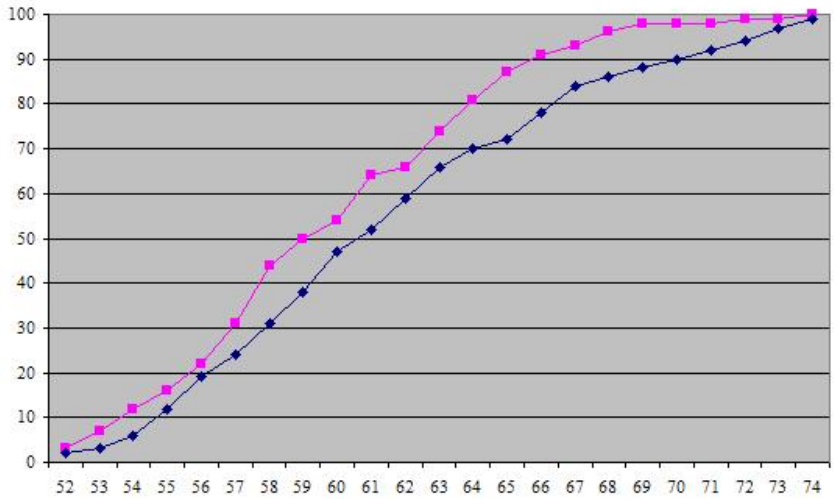
- frequenza percentuale cumulata

$$P_i = \sum_{j \in M : x_j \leq x_i} p_j = 100 F_i$$

Sono tutte funzioni crescenti da 0 a (rispettivamente) N, 1 e 100

Rappresentazioni grafiche

La rappresentazione tipica per le distribuzioni cumulate è il grafico a linee



Consente di ricavare informazioni dal confronto fra popolazioni diverse

- se un grafico sta tutto a sinistra dell'altro (cioè sotto),
  la popolazione corrispondente tende ad avere valori più bassi
  del carattere rilevato
  (*migliori, se sono costi o consumi; peggiori, se guadagni o qualità*)

Vedi Esercizi 1-5 e 1-5b