

Progetto “the N-queens problem”

Gli scacchi si giocano su una scacchiera avente ugual numero di righe e colonne. Sulla scacchiera sono posizionati dei pezzi, che possono effettuare mosse di diverso tipo. Un pezzo può mangiare un altro quando lo può raggiungere con una singola mossa. La regina è il pezzo più flessibile: può muoversi sulla scacchiera di un numero arbitrario di posizioni sia in orizzontale (ovvero, in ogni cella della riga in cui si trova), sia in verticale (ovvero, in ogni cella della colonna in cui si trova) sia in diagonale (ovvero di un numero pari di righe e colonne rispetto alla posizione in cui si trova).

L'obiettivo del progetto è realizzare un programma per la risoluzione del famoso rompicapo delle N-regine, definito come segue.

E' fornito in input un intero non negativo N.

Considerare il problema di piazzare N regine su una scacchiera con N righe ed N colonne, in modo che nessuna possa mangiare un'altra.

Restituire in output una soluzione al rompicapo, oppure indicare che nessuna soluzione possa essere trovata per il valore di N in input.

La scelta del formato con cui rappresentare la soluzione è libera.

La soluzione dovrà essere *esatta* e di tipo *computazionale*: dovrà essere impiegato un opportuno algoritmo di ricerca che, in tempo *finito*, *garantisca* di trovare una soluzione, o che nessuna soluzione possa essere trovata.

Il programma dovrà essere realizzato in tre versioni, utilizzando rispettivamente (a) un linguaggio progettato per la programmazione con paradigma funzionale (b) un linguaggio progettato per la programmazione con paradigma dichiarativo (c) un linguaggio progettato per la programmazione con paradigma imperativo (eventualmente sfruttando la programmazione orientata agli oggetti).

Il programma dovrà essere corredato da una breve relazione, in cui sono discussi i punti più caratteristici dei tre programmi, e comparati gli aspetti implementativi essenziali delle tre versioni.

Suggerimenti

Il rompicapo delle N-regine è stato definito per la prima volta (per $N = 8$) a metà del diciannovesimo secolo, e vanta contributi da studiosi come Gauss e Dijkstra.

Anche se, in linea di principio, una soluzione può essere codificata come una lista di N coppie (riga, colonna), ciascuna delle quali indica la posizione di una regina sulla scacchiera, è facile osservare che non esiste una soluzione in cui due regine sono piazzate (a) nella stessa riga o (b) nella stessa colonna. Un'alternativa è quindi codificare una soluzione tramite un vettore N dimensionale: ogni componente i corrisponde ad una regina, che si può arbitrariamente piazzare nella riga i (rispettando l'osservazione (a)). Il contenuto della componente può essere un intero da 1 a N, corrispondente alla colonna in cui è piazzata la regina. Per rispettare l'osservazione (b) è sufficiente imporre che tutte le componenti assumano valori diversi. In altre parole, il vettore dovrà contenere una permutazione degli interi da 1 a N. Tale codifica suggerisce un algoritmo di tipo “generate and test”, in cui vengono generate tutte le soluzioni che soddisfano (a) e (b), e ciascuna è sottoposta ad un test di ammissibilità rispetto ai movimenti in diagonale.

E' inoltre possibile evidenziare una forte presenza di simmetrie. Ad esempio, una volta piazzate le regine, qualsiasi scambio tra due regine permette di trovare una soluzione alternativa. Anche *rotazioni* di 90 gradi dell'intera scacchiera producono soluzioni alternative, così come *trasposizioni* della stessa.

Possibili estensioni:

Realizzare un programma che conti tutte le possibili soluzioni, anziché fermarsi alla prima.

Realizzare un programma che enumeri tutte le possibili soluzioni, anziché fermarsi alla prima.

Realizzare il calcolo sfruttando programmazione concorrente.

Riferimenti:

Jordan Bell, Brett Stevens “A survey of known results and research areas for n-queens”, *Discrete Mathematics* 309(1): 1-31 (2009)