

CORSO DI LINGUAGGI DI PROGRAMMAZIONE

Progetto sessione estiva A.A. 2006/2007

C. Braghin e A. Ceselli

Giugno 2007

Il gioco delle *torri di Hanoi* è un rompicapo proposto dal matematico francese Edouard Lucas nel 1883. Il gioco consiste in una serie di dischi di dimensioni diverse disposti in un' asta in ordine decrescente (con il più grande alla base dell'asta). Lo scopo è quello di spostare tutti i dischi su una seconda asta in modo che risultino ancora disposti nello stesso ordine, utilizzando solo una terza asta di appoggio.

Le regole del gioco sono tre:

- (1) si può rimuovere solo un disco alla volta tra quelli situati in cima alla pila;
- (2) il disco rimosso deve essere immediatamente posizionato in cima alla pila in una delle tre aste;
- (3) un disco più grande non può essere posato sopra un disco più piccolo.

In una variante del gioco, chiamata delle *torri di Hanoi bicolori*, ci sono due torri, ciascuna composta da k dischi di dimensione decrescente. I dischi che compongono le due torri sono identici per forma, ma hanno colori diversi (rosso per la prima torre, blu per la seconda). Nella situazione iniziale i dischi sono mescolati, e compongono due torri a colori alternati nella prima e nella seconda asta (come rappresentato in Figura 1(a)). L'obiettivo del gioco è quello di ricreare le due torri monocrome, seguendo le stesse regole del gioco delle torri di Hanoi classico ed invertendo le posizioni dei due dischi più grandi alla base (come rappresentato in Figura 1(b)). Per la regola (3) resta vietato posare un disco più grande su uno più piccolo, ma è possibile impilare due dischi della stessa dimensione (es. il primo disco della torre rossa può essere impilato sul primo disco della torre blu).

Cosa fare: Implementare un algoritmo che, ricevendo in input il numero k di dischi in ciascuna torre, stampi una sequenza di mosse che portino dalla configurazione iniziale alla soluzione del gioco. L'implementazione deve essere realizzata in Prolog, Scheme ed in un linguaggio con paradigma imperativo a scelta. Non è importante l'*efficienza*, ma lo *stile del codice prodotto*. Per l'implementazione con paradigma imperativo verranno premiate scelte di linguaggi di programmazione diversi da C e Java. Consegnare il codice sorgente ed un file di documentazione (preferibilmente in formato pdf).

La descrizione dell'algoritmo risolutivo riportata nella pagina seguente è volutamente di tipo procedurale: per realizzare il progetto è preferibile dapprima riformulare il problema in termini ricorsivi.

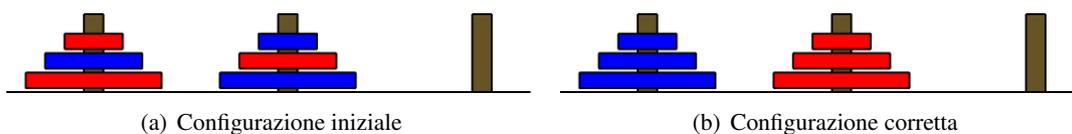


Figure 1: Le torri di Hanoi bicolore.

Descrizione procedurale di un possibile algoritmo: è utile iniziare il progetto sviluppando delle procedure per risolvere il problema delle Torri di Hanoi classico. Ovvero, scrivere un sottoprogramma in grado di generare una sequenza di mosse valide per spostare una torre composta da k dischi da un'asta ad un'altra, utilizzando una terza asta come appoggio.

Un possibile metodo per risolvere il rompicapo è quindi il seguente. Prima si costruisce una pila contenente tutti i $2 \cdot k$ dischi delle due torri nella prima asta. Per realizzare tale pila si può inizialmente spostare il disco più piccolo della pila nella seconda asta in cima alla pila nella prima asta (Fig. 2(a)); in queste condizioni non è difficile spostare una torre composta da tre dischi dalla prima alla seconda asta (Fig. 2(b)): dato che tutti i dischi nelle tre aste sono non più piccoli dei tre dischi che compongono la torre da spostare, questo problema si riduce al problema delle Torri di Hanoi classico. Sfruttando le stesse considerazioni, è semplice spostare una torre alta cinque dischi dalla seconda asta alla prima (Fig. 2(c)), e via dicendo.

Una volta spostati tutti i dischi nella prima asta, si può spostare la pila nell'asta corretta rispetto al colore della base (Fig. 2(d)), scartare il disco alla base e ripetere l'operazione di spostamento per la torre di $2 \cdot k - 1$ dischi rimanente (Fig. 2(e) e Fig. 2(f)) ...

Possibili estensioni e miglioramenti:

- Considerare la variante del problema in cui il colore dei dischi potrebbe non essere alternato nelle due torri iniziali.
- Diminuire il numero di mosse necessarie sfruttando la presenza di coppie di dischi della stessa dimensione nelle pile.
- Restituire una *lista di mosse* invece delle stampe a video.

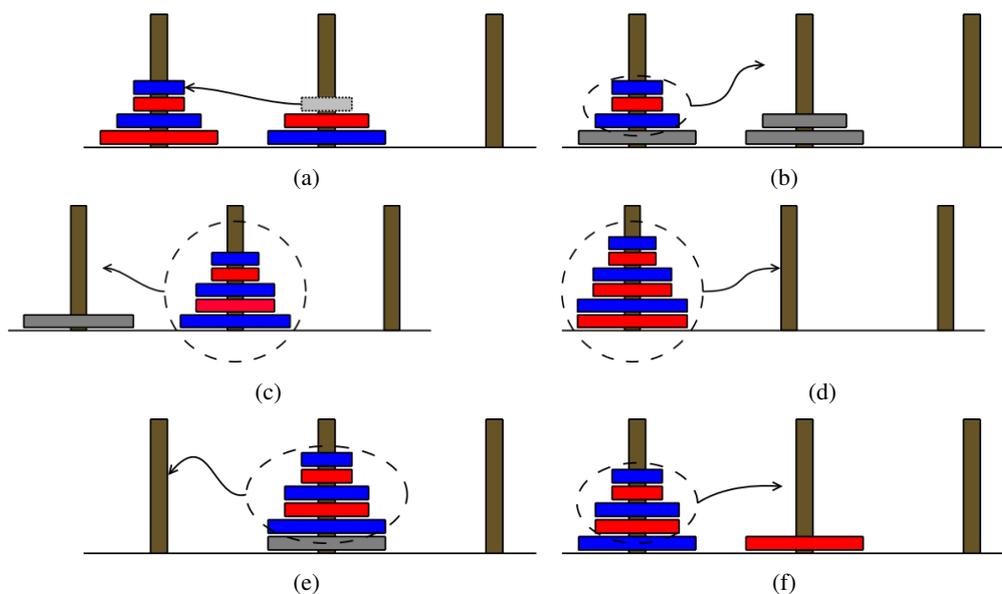


Figure 2: Passaggi risolutivi.