La dinamica
I sistemi particellari
I flock

N. Alberto Borghese
Corso di Animazione Digitale
Università degli Studi di Milano

Sommario

- La dinamica del movimento
- Modellazione euristica della dinamica
- I sistemi particellari
- I flocks

La dinamica

$$\sum_i \mathbf{F_i} = \sum_i m_i \mathbf{a_i}$$
$$\sum_i \mathbf{T_i} = \sum_i I_i \dot{\boldsymbol{\omega}}_\mathbf{i}$$

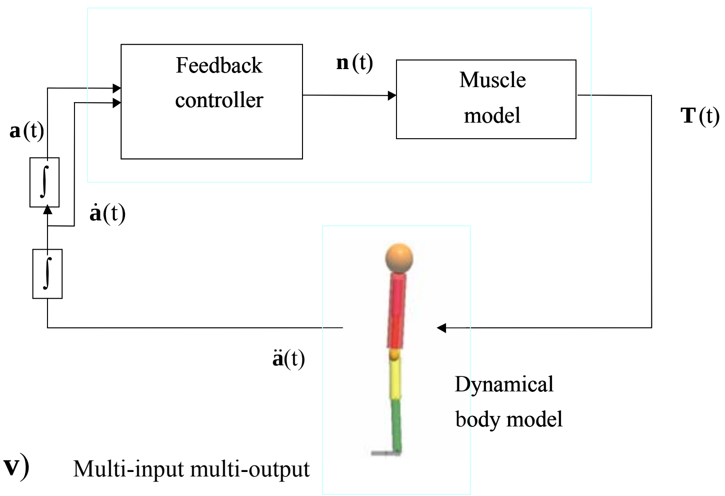
Equazioni fondamentali della dinamica

$T_i = T_i(p_i, v_i, T_{ext})$
$F_i = F_i(p_i, v_i, T_{ext})$

Diventano equazioni complesse ed inter-dipendenti per multi-body.

Esempio: animazione dinamica di uno scheletro

$\mathbf{a}$ = state



$\mathbf{T}_{ext}=\mathbf{T}_{ext}(\mathbf{p}, \mathbf{v})$

La dinamica diretta e inversa

$$\sum_i \mathbf{F}_i = \sum_i m_i \mathbf{a}_i$$
$$\sum_i \mathbf{T}_i = \sum_i I_i \dot{\boldsymbol{\omega}}_i$$

Equazioni fondamentali della dinamica

Dinamica inversa. Ho a disposizione le accelerazioni dei segmenti, voglio ricavare le forze e le coppie.
Dinamica diretta. Ho a disposizione le coppie e le forze, voglio calcolare le accelerazioni.
Per calcolare la traiettoria, ho bisogno di integrare le accelerazioni. Per la caduta dei gravi:

$$F = mg = ma_z \Rightarrow a_z = F/m = g \qquad p_z(t) = \iint_{t=0} a_z dt + \int_{t=0}^{t=T} v_o dt + p_o = 1/2 a_z t^2 + v_o t + p_o$$

$F/m \neq$ cost. $\quad F = F(p, v)$, ad esempio: $F(t) = k_1 \cos(p(t)) + k_2 \cos^2(v(t))$

$$a(t) = \frac{F(t)}{m} \;==>\; v(t) = \int_0^t a(t)dt \;==>\; v(t) = \frac{1}{m}\int_0^t \left(k_1 \cos\left(\int_0^t v(t)dt \right) + k_2 \cos^2(v(t)) \right) dt$$

Per i corpi articolati le equazioni possono non essere risolubili analiticamente: v(t) = ???

Integrazione numerica

$\dot{y}(t) = f(t, y(t))$ Devo determinare: y(t)

$$y(t) = y_o + \left.\frac{dy}{dt}\right|_{\substack{t=t_o \\ y=y_o}} dt + \frac{1}{2}\left.\frac{d^2y}{dt^2}\right|_{\substack{t=t_o \\ y=y_o}} dt^2 + \ldots$$

$$v = \frac{dy(t)}{dt} \qquad a = \frac{d^2y(t)}{dt^2}$$

Caduta dei gravi

$$p_z(t) = \iint_{t=0} a_z dt + \int_{t=0}^{t=T} v_o dt + p_o = 1/2 at^2 + v_o t + p_o$$

$p_z(t_o+\Delta t) = p_z(t_o) + v(t_o)\Delta t$
$v(t_o+\Delta t) = v(t_o) + a(t_o)\Delta t$

$p_z(t_o+\Delta t) = p_z(t_o) + (v(t_o)+v(t_o+\Delta t))/2\ \Delta t$
$p_z(t_o+\Delta t) = p_z(t_o) + v(t_o)\Delta t + 1/2 a(t_o)\ \Delta t^2$

Hp: quantità costanti in t ÷ t+Δt

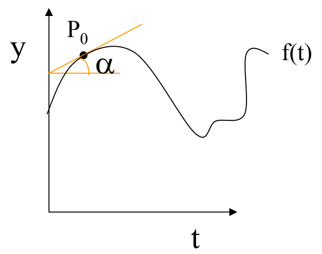
Approssimazione del primo ordine (Eulero)

$$\dot{y}(t) = f(t, y(t)) = f(t)$$

Devo determinare: y(t)

$$\dot{y}(P_O) = f(P_o) = tg(\alpha)$$

$$y - y_0 = f(t, y)\Delta t = \dot{y}(P_O)$$



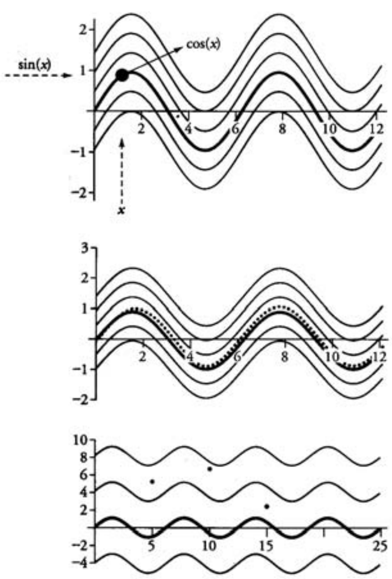
Δt è l'intervallo di integrazione.

Poca stabilità e poca accuratezza.

Approssimazione del primo ordine: $y(t) = y_o + \left.\frac{dy}{dt}\right|_{t=t_0} dt + O(h^2)$

Esempio: approssimazione sin(x)

$\dot{x}(t) = \cos(x(t)) = f(t,x(t))$



a) In this example, the sine function is the underlying (unknown) function. The objective is to reconstruct it based on an initial point and knowledge about the derivative function (cosine). Start out at any (x, y) location and, if the reconstruction is completely accurate, the sinusoidal curve that passes through that point should be followed. In the examples below, the initial point is (0, 0) so the thicker sine curve should be followed.

b) Updating the function values by taking small enough steps along the direction indicated by the derivative generates a good approximation to the function. In this example, $\Delta x = 0.2$.

c) However, if the step size becomes too large, then the function reconstructed from the sample points can deviate widely from the underlying function. In this example, $\Delta x = 5$.

Figure 4.27 Approximating the sine curve by stepping in the direction of its derivative

Integrazione numerica (midpoint)

$\dot{y} = f(t, y(t))$ Devo determinare $y(t) = y_0 + f(t,y)\Delta t = \dot{y}(t,y)\Delta t$

NB conosco y(t) solo per $t \leq t_o$

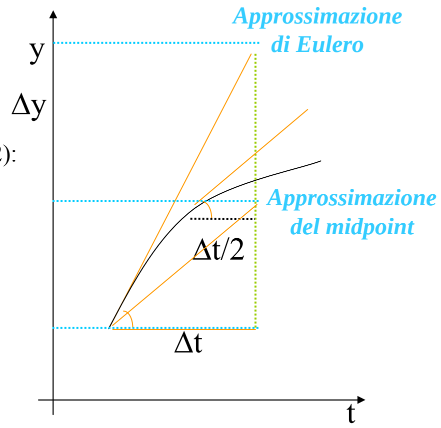
Posso ottenere una stima migliore di Δy: $y(t)-y_0$:

Stimo $f(\Delta t/2, y(\Delta t/2))$. Ho bisogno di stimare $y(\Delta t/2)$:

$k_1 = (f(t_0,y(t_0)) \Delta t) / 2$

$$\dot{y} = f(t_o + \Delta t/2, y_o + k_1/2)$$

$$y_1 = y_0 + f(t_o + \Delta t/2, y_o + k_1)\Delta t$$



A questo punto calcolo y(t) come:

$$y(t) = y_0 + \Delta y^b + O(h^3)$$

Integrazione numerica (Runge-Kutta)

$\dot{y} = f(t, y)$ Devo determinare $y(t) = y_0 + \dot{y}(t,y)\Delta t$

Runge-Kutta del Quarto ordine

$$k_1 = f(t_o, y_o)\,\Delta t$$
$$k_2 = f(t_o + \Delta t/2, y_o + k_1/2)\,\Delta t$$
$$k_3 = f(t_o + \Delta t/2, y_o + k_2/2)\,\Delta t$$
$$k_4 = f(t_o + \Delta t, y_o + k_3)\,\Delta t$$
$$y_1 = y_o + \frac{k_1}{6} + \frac{k_2}{3} + \frac{k_3}{3} + \frac{k_4}{6} + O(h^5)$$

Derivata calcolata nei due punti estremi di Δt e 2 volte al centro.

Esempio

$ds(t)/d(t) = v(t) = f(t,s) = h\ \ t + d\ \ s(t)$ $h=5$ $d=2$ $t(0)=t_0=0$ $s(0)=s_0=1$

Determinare: s(1)

A) Soluzione analitica. $s(t) = 1 + 1/2 \times h \times t^2 + e^{dt} = 1 + 2.5 + e^2 \approx 10.9$

B) Soluzione numerica tramite metodo di Eulero ($\Delta t = 1s$):

$s(1) = s(0) + \Delta t \times f(t_0,s_0) = 1 + 1 \times [h \times 0 + d \times 1] = 1 + 2 = 3 << 9.9$

C) Soluzione numerica tramite metodo del punto di mezzo ($\Delta t = 1s$):

$k_1 = \Delta t \times f(t_0,s_0) = 1 \times [h \times 0 + d \times 1] = 2$

$s(1) = s(0) + \Delta t \times f(t_0 + \Delta t/2, s_0 + k_1/2) =$

$= 1 + 1 \times f(1/2, 1 + 2/2) = 1 + 1 \times [h \times 1/2 + d \times 2] =$

$= 1 + 6.5 = 7.5 < 9.9$

Confrontare con lo sviluppo in serie.

Esempio (Runge-Kutta 4o ordine)

$ds(t)/d(t) = v(t) = f(t,s) = h\ t + d\ \ s$ $h=5$ $d=2$ $t(0)=t_0=0$ $s(0)=s_0=1$

Determinare: s(1)

A) Soluzione analitica. $s(t) = 1/2 \times h \times t^2 + e^{dt} = 2.5 + e^2 \approx 9.9$

D) Soluzione numerica tramite Runge Kutta, 4^o ordine ($\Delta t = 1s$):

$k_1 = \Delta t \times f(t_0,s_0) = 2$

$k_2 = \Delta t \times f(t_0 + \Delta t/2, s_0 + k_1/2) = 6.5$

$k_3 = \Delta t \times f(t_0 + \Delta t/2, s_0 + k_2/2) = \Delta t \times f(1/2, 1 + 6.5/2) =$

$1 \times [5 \times 1/2 + 2 \times 3.25] = 9$

$k_4 = \Delta t \times f(t_0 + \Delta t, s_0 + k_3) = \Delta t \times f(1, 1 + 9) =$

$1 \times [5 \times 1 + 2 \times 9] = 23$

$s(1) = s_0 + k_1/3 + k_2/6 + k_3/6 + k_4/3 + O(\Delta t^5) =$

$1 + 2/6 + 6.5/3 + 9/3 + 23/6 = 10.33 > 9.9$

Approssimazione a meno di infinitesimi di ordine cinque.

Runge-Kutta adattativo

Ipotesi è che la velocità sia costante all'interno dell'intervallo di integrazione.

Calcoliamo le forze, da qui le accelerazioni istantanee e supponiamo che il sistema evolva con queste accelerazioni.

Diventa un problema di calcolo numerico….
Press, Teukolsky, Vetterling, Flannery, Numerical Recipies in C, Cambridge University Press. Capitolo 16.

Trade-off tra ampiezza dell'intervallo di integrazione e accuratezza. Algoritmi adattativi.

Ordine elevato di Runge-Kutta non vuol dire automaticamente maggiore accuratezza.

Sommario

La dinamica del movimento
Modellazione euristica della dinamica
I sistemi particellari
I flocks

Contatto

Scambio di forze: dinamica.

La dinamica si occupa del movimento dei corpi naturali in dipendenza delle circostanze fisiche nelle quali il moto si compie. Queste circostanze fisiche possono essere tradotte da forze, onde il nome di "Dinamica" (δυναμισ, forza).
Bruno Finzi, 1980.

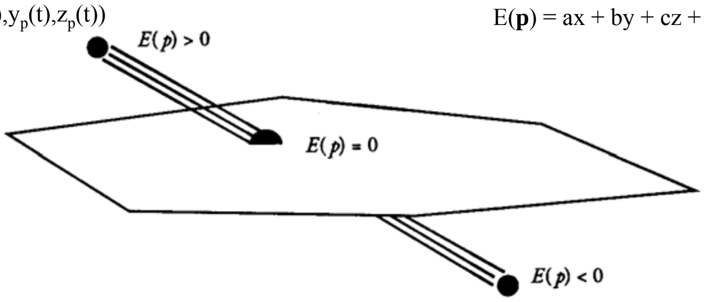
Collision detection: regioni di contatto (cinematica)
Forze scambiate nella collisione (dinamica)

•Urto elastico.
•Metodo delle penalità

Collisione particella-piano

P($x_p(t),y_p(t),z_p(t)$)

E(**p**) = ax + by + cz + d




```
do while (E(p(t)) > 0)
{           if (E(p(t)) <= 0)
                        break;
            t = t + 1;
            Compute E(p(t))
}
```

E(**p**(t) > 0

E(**p**(t+1)) < 0

Collisione avvenuta tra t e t+1

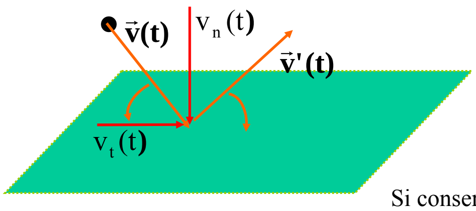
Descrizione del rimbalzo

1) Determino il punto di collisione, P(x,y,z):

$E(\mathbf{p}) = ax + by + cz + d$
$x = x_p + k \cos\alpha$
$y = y_p + k \cos\beta$
$z = z_p + k \cos\gamma$

2) Determino la velocità di rimbalzo (caso elastico):

$\mathbf{P}(x_p(t),y_p(t),z_p(t))$



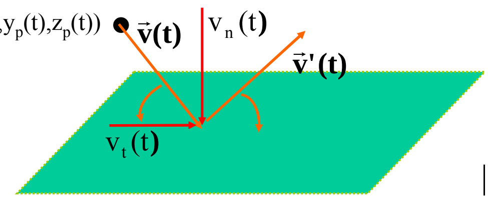
$v'_n(t) = -v_n(t)$

$v'_t(t) = v_t(t)$

Si conserva la quantità di moto: Q = m |**V**|

Urto con smorzamento

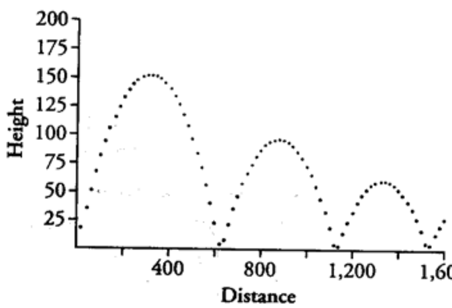
$\mathbf{P}(x_p(t),y_p(t),z_p(t))$



$v'_n(t) = -v_n(t)$

$v'_t(t) = v_t(t)$

$|v'_n(t)| = k[\vec{\mathbf{v}}(\mathbf{t}) \times \vec{\mathbf{n}}]$



$v'_t(t) = k[\vec{\mathbf{v}}(\mathbf{t}) - (\vec{\mathbf{v}}(\mathbf{t}) \times \vec{\mathbf{n}})\vec{\mathbf{n}}]$

k fattore di assorbimento

Interazione "biologica" con le superfici

End-effector

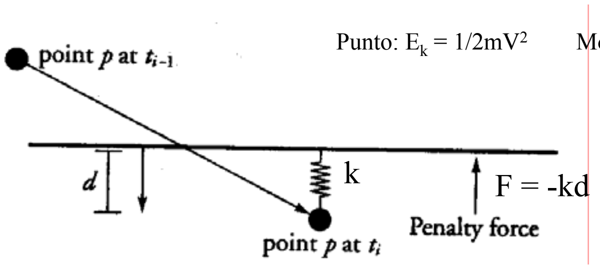
Potenza limitata.
Velocità di risposta limitata (banda passante limitata).
Elevata abilità (flessibilità).

Mecccanismi classici di controllo fallirebbero ("effetto saltelli").

Forza visco-elastica che tiene la mano appoggiata alla superficie.

Metodo delle penalità

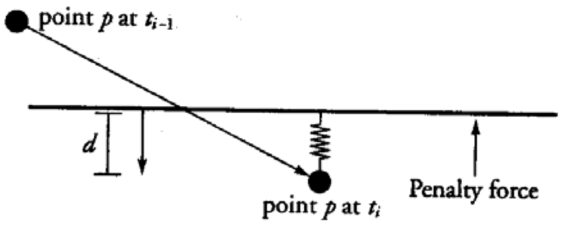
Punto: $E_k = 1/2mV^2$ Molla: $E_p = kd^2$



•Una forza elastica frena (penalizza) il cammino del punto dentro la superficie.
•La superficie si deforma localmente.
•Il punto si ferma ad un'altezza d tale per cui energia cinetica e potenziale si uguagliano:

$$d = \left(\sqrt{\frac{m}{2k}}\right)v$$

Problemi con il metodo delle penalità



Necessità di tarare appropriatamente k
Occorre inserire un elemento viscoso che assorba energia altrimenti si innescano oscillazioni.
Occorre controllare quando il movimento si annulla ed arrestare il simulatore.

Animazione dinamica

Tre attori: equazioni della dinamica, integratori, controllore.

Simulazione iterativa -> soluzione delle equazioni della dinamica ed integrazione dell'accelerazione.

Metodi di integrazione numerica (Runge Kutta).

Simulazione accurata degli eventi dinamici.

Complessità computazionale.

Interazione con superfici mediante modellazione visco-elastica.

Sommario

La dinamica del movimento
Modellazione euristica della dinamica
I sistemi particellari
I flocks

I sistemi particellari ed i flocks

Presentano un *collective behavior*.

Sistemi particellari.
• Grande quantità di particelle che costituiscono un conglomerato fuzzy.
• Ciascuna particella è molto semplice ed ha un comportamento molto semplice.
• Le interazioni sono definite solamente con l'ambiente.

Flocks
• Gli elementi sono in numero minore.
• Hanno un comportamento fisico più complesso ed una quantità (limitata) di intelligenza.

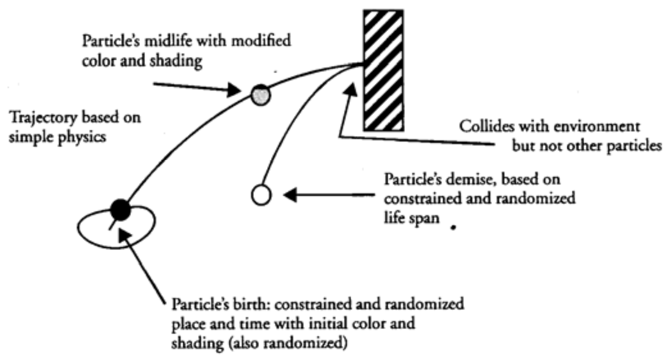
L'impressione di un comportamento unitario è un *emergent behavior.*

Ipotesi nei sistemi particellari

•Le particelle non collidono tra loro (si muovono sempre su piani diversi, possono eventualmente esercitare forze localmente).
•Le particelle non fanno ombra alle sorgenti luminose (come particelle singole, non come tutto).
•Le particelle non riflettono/rifrangono la luce.
•Le particelle (come insieme) proiettano ombra solo sull'ambiente esterno (in alcuni casi).
•Per definire il comportamento delle particelle e fare sì che ciascuna si muova in modo diverso, si fa uso pesante della statistica (elementare).
•Le particelle nascono e muoiono in continuazione.

Animazione particellare

Per ogni frame (istante di tempo):
•Vengono fatte nascere delle particelle (posizione).
•Vengono assegnati gli attributi.
•Vengono eliminate delle particelle (frazione del numero totale di particelle).
•Vengono mosse le particelle in vita (tenendo conto delle forze locali e globali).
•Viene effettuato il rendering.



La struttura dati è dinamica: può essere riutilizzata dalle particelle che nascono.

Attributi per l'animazione particellare

Le particelle vengono create secondo un processo stocastico:

#particelle = #particelle + Rand() * Δ_#particelle.

Attributi:
•Posizione.
•Velocità.
•Parametri di forma.
•Colore.
•Trasparenza.
•Tempo_di_vita.
Sono quantità stocastiche.

Ad ogni frame, le particelle che hanno vissuto tutta la loro vita, vengono eliminate.

Processo di Animazione particellare

Andamento temporale degli attributi delle particelle.

La velocità della particella è calcolata a partire dall'accelerazione che a sua volta è calcolata a partire da tutte le forze agenti sulla particella.

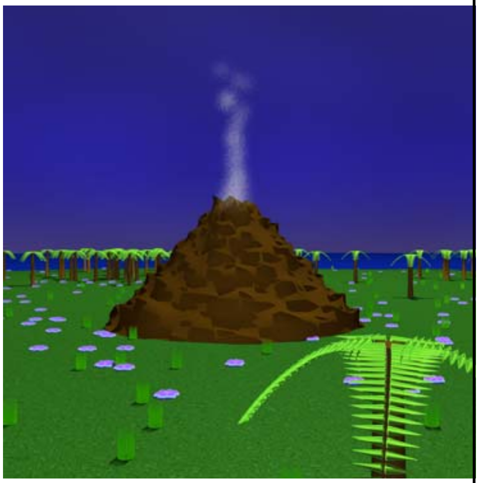
Campi di forze globali (gravità, campo elettrico, ma anche vento…).
Campi di forze locali (e.g. vortici).

Gli altri attributi possono variare in funzione del tempo, oppure essere legati tra loro (e.g. la forma può variare in funzione della velocità).

Al valore calcolato degli attributi è quasi sempre aggiunta una componente stocastica.

Forze tra particelle richiedono una potenza di calcolo molto più elevata.

Sistemi particellari



Sistemi gassosi

Equazioni di Navier-Stokes. Equazioni differenziali alle derivate parziali che legano densità e forze agenti su un voxel infinitesimo.

Metodi a griglia (Formulazione di Eulero)**.** Bilancio della massa entrante / uscente. Dalla densità istantanea si possono ricavare informazioni per il rendering volumetrico. Automi cellulari.

Modelli a particelle (Formulazione Lagrangiana). Ogni bolla di gas è una particella. Esplosione del numero di equazioni dinamiche.

Modelli ibridi. La griglia viene utilizzata per display, le equazioni della dinamica particellare per il movimento.

Sommario

La dinamica del movimento
Modellazione euristica della dinamica
I sistemi particellari
I flocks

Flock = gregge, stormo

•Limitato numero di elementi.
•Elementi di dimensioni maggiori; non è prevista compenetrazione.
•Interattività tra gli elementi a vari livelli, non solo a livello basso (comportamento in seguito ad urto).

Motori di movimento:
•Leader following.
•Collision avoidance. Spazio vitale + ostacoli esterni.
•Flock centering. Forza di coesione. Rappresentazione locale: ogni elemento tende ad avvicinarsi all'elemento vicino.

Controllo locale del flock

Per ciascun elemento posso definire:

•Il comportamento fisico. Urto tra la struttura degli elementi (possono essere basati su scheletro) e l'ambiente.

•La percezione (il sistema sensoriale).

•Il ragionamento. Simile agli AVATAR. Elaborazione delle forze introdotte da flock centering e collision avoidance + forze originate dalla percezione + stato interno dell'elemento.

•L'azione (il sistema motorio).

•Le regole di interazione con gli ostacoli (ad esempio aggiramento).

Proprietà di un flock

La percezione è fondamentalmente affidata alla **vista.**

Modellazione statica del flock dal punto di vista dell'elemento. Analisi di alcuni elementi più vicini.

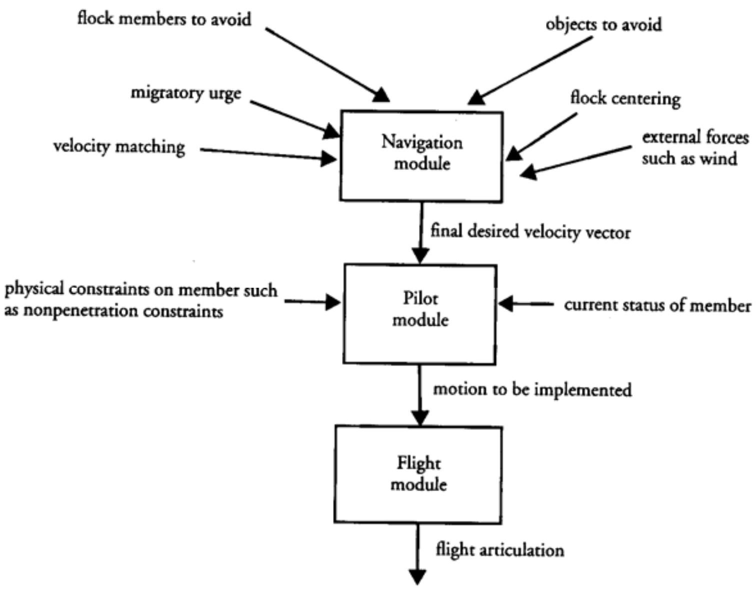
Modellazione dinamica. Stima delle velocità relative degli elementi vicini.

Chorus line effect: uno spostamento di direzione nel gregge si propaga come un'onda.

Il comportamento di un flock è determinato dal comportamento del **leader.**

Gli elementi possono: seguire il leader, seguire l'istinto migratorio o seguire il gregge o un mix.

Come viene prodotto il movimento



A.A. 2004-2005 35/37 http://homes.dsi.unimi.it/~borghese/

The cooko's egg

By Simona Pappalardo

A.A. 2004-2005 36/37 http://homes.dsi.unimi.it/~borghese/

Sommario

- La dinamica del movimento
- Modellazione euristica della dinamica
- I sistemi particellari
- I flocks