FONDAMENTI DI RICERCA OPERATIVA
Prof. M.Trubian **a.a. 2004/05** Appello del 15/06/05

Nome studente: .... **Matricola:**......…………......

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Punteggio massimo	4	7	5	7	4	6
Valutazione						

[1] E' dato un grafo orientato G=(V,A) con pesi qualsiasi sugli archi e due nodi ***s*** e ***t*** $\in$ V. Si fornisca un modello di programmazione lineare intera per il problema di determinare in G due cammini da ***s*** a ***t*** disgiunti sugli archi (che non hanno cioè alcun arco in comune) di costo complessivo minimo.
Come può essere modificato il modello qualora si richiedano due cammini disgiunti sui vertici (che non hanno cioè alcun vertice in comune, se non i vertici ***s*** e ***t***)

Variabili e loro significato:

Funzione obiettivo:______________________________

Vincoli:

[2] Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$\min \quad z = x_1 + 2x_2$$
$$(I) \quad x_1 + x_2 \le 6$$
$$(II) \quad 2x_1 - 3x_2 \le 6$$
$$(III) \quad 2x_1 + x_2 \ge 2$$
$$(IV) \quad -x_1 + x_2 \le 2$$
$$x_1 \ge 0, \quad x_2 \text{ libera}$$

a) lo si risolva per via grafica e si riporti il valore di *z* e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto, in corrispondenza della soluzione ottima.

z =________;

x_1 =____; x_2 =____; x_3 =____; x_4 =____; x_5 =____; x_6 =____; (Le variabili da x_3 a x_6 sono di scarto.)

b) Si evidenzino nel grafico, se presenti, eventuali soluzioni degeneri.
c) Si riporti la composizione della base associata al vertice dato dall'intersezione dei vincoli (I) e (IV) Si richiede di indicare quali variabili sono in base, non il loro valore. Variabili in base:___________________________________

d) Si dica per quali valori del termine noto del secondo vincolo (ora pari a 6) la composizione della base ottima non cambia ____________ $\leq b_2 \leq$ ____________

[3] Si formuli il duale, PD, del modello dell'esercizio **[2]** così com'è.

Duale

Si risolva, riportando i passaggi principali, il problema PD mediante gli scarti complementari a partire dalla soluzione ottima del primale ottenuta risolvendo l'esercizio **[2]**.

Vettore della soluzione duale ottima

y_1 =_____; y_2 =_____; y_3 =_____; y_4 =_____; y_5 =_____; y_6 =_____;

[4] Si risolva mediante un algoritmo di Branch & Bound il seguente problema di PLI

$$
\begin{aligned}
&\max \quad 2x_1 - x_2 \\
&(I) \quad x_1 + 4x_2 \leq 14 \\
&(II) \quad 5x_1 - 4x_2 \leq 10 \\
&(III) \quad -x_1 + 2x_2 \leq 4 \\
&\qquad x_1, x_2 \geq 0 \text{ e intere}
\end{aligned}
$$

Si riporti a fianco l'albero di branching ed in un foglio a parte le corrispondenti soluzioni grafiche dei sottoproblemi.

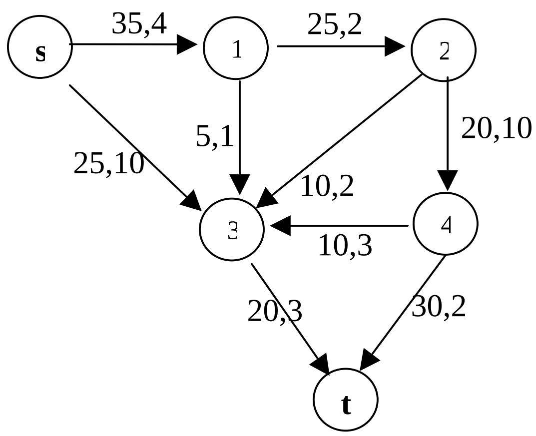
[5] Si formuli il rilassamento surrogato, con moltiplicatori duali di valore 1,2 e 1, rispettivamente, del seguente problema di PLI. Si risolva il modello rilassato mediante semplici considerazioni sui valori dei coefficienti.

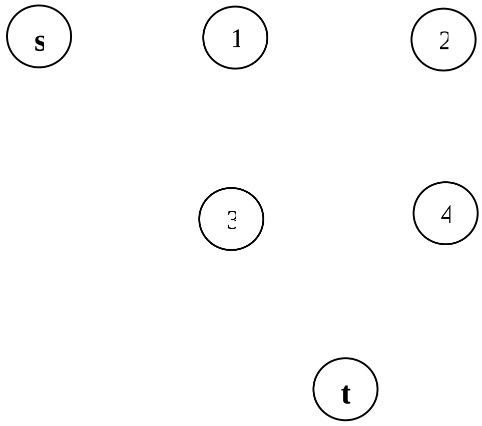
Rilassamento surrogato

$$
\begin{aligned}
&\max \quad 2x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 4x_4 \\
&(I) \quad 3x_1 + 9x_2 + 3x_3 + 4x_4 \leq 14 \\
&(II) \quad 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 \geq 6 \\
&(III) \quad 3x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 \leq 4 \\
&\qquad x_i \in \{0,1\}, \text{ per } i = 1,\ldots,4
\end{aligned}
$$

Soluzione ottima del rilassamento:__________________.

[6] Si consideri la rete sottostante dove i valori sugli archi rappresentano la capacità ed il costo per unità di flusso, rispettivamente:





Si trovi con l'algoritmo di Ford-Fulkerson un *flusso di valore massimo* da **s** a **t** a partire dal flusso ammissibile **da inviare nella prima iterazione** di 10 unità lungo il cammino **s**,1,2,4,3,**t** .
Si riportino tutti i cammini aumentanti come sequenze di nodi ed il corrispondente incremento di flusso:
s -…..
s -…..

Si riporti il valore del flusso massimo:____________
.
Si trovi una *sezione di capacità minima*: S=(s,) N/S=(t,)

Si ricavi se il flusso massimo è stato inviato a costo minimo o no, motivando la risposta per mezzo della rete incrementale (da completare) a destra della figura data.