FONDAMENTI DI RICERCA OPERATIVA
Prof. M.Trubian **a.a. 2004/05** Appello del 13/04/05

Nome studente: .... **Matricola:**......…………......

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Punteggio massimo	4	7	4	6	6	6
Valutazione						

[1] E' dato un grafo non orientato G=(V,E). Si fornisca un modello di programmazione lineare intera per il problema di determinare in G i due alberi di copertura disgiunti (che non hanno cioè alcun lato in comune) la cui somma ha peso minimo.
(*Suggerimento*: si faccia una replica G' di G e si cerchi in ciascun grafo un albero di copertura di peso minimo, in modo che le due soluzioni non abbiano lati "gemelli" in comune)

Variabili e loro significato:

Funzione obiettivo:_______________________________

Vincoli:

[2] Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{array}{lll} \min & z = x_1 + x_2 & \\ (I) & 3x_1 + 5x_2 \le 15 & \\ (II) & 3x_1 - 5x_2 \le 15 & \\ (III) & 9x_1 + 5x_2 \ge -45 & \\ (IV) & x_1 \ge -6 & \\ & x_1, x_2 \text{ libere} & \end{array}$$

a) lo si risolva per via grafica e si riporti il valore di z e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto, in corrispondenza della soluzione ottima.

z =________;

x_1 =____; x_2 =____; x_3 =____; x_4 =____; x_5 =____; x_6 =____; (Le variabili da x_3 a x_6 sono di scarto.)

b) Si evidenzino nel grafico, se presenti, eventuali soluzioni degeneri.
c) Si riporti la composizione della base associata al vertice dato dall'intersezione dei vincoli (I) e (IV) Variabili in base:____________________________________
d) Si dica per quali valori del termine noto del secondo vincolo (ora pari a 15) la composizione della base ottima non cambia ____________ $\le b_2 \le$ ____________

[3] Si formuli il duale, PD, del modello dell'esercizio **[2]** così com'è.

Duale

Si risolva, riportando i passaggi principali, il problema PD mediante gli scarti complementari a partire dalla soluzione ottima del primale ottenuta risolvendo l'esercizio **[2]**.

Vettore della soluzione duale ottima

y_1 =____; y_2 =____; y_3 =____; y_4 =____; y_5 =____; y_6 =____;

[4] Si risolva mediante il metodo dei tagli di Gomory il seguente problema di PLI

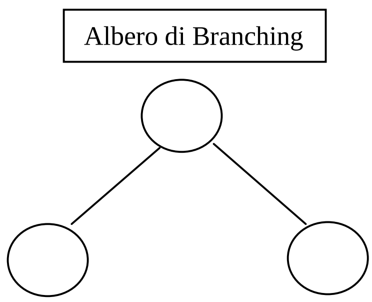
$$
\begin{array}{ll}
\max & x_2 \\
(I) & 3x_1 + 2x_2 \le 6 \\
(II) & -3x_1 + 2x_2 \le 0 \\
 & x_1, x_2 \ge 0 \text{ e intere}
\end{array}
$$

[5] Si esaminino i ***primi due nodi*** di branching dell'algoritmo di Branch & Bound applicato al problema di zaino che si ottiene dal rilassamento lagrangiano, con moltiplicatori duali di valore 4 e 1, rispettivamente, del secondo e del terzo vincolo del seguente problema di PLI.

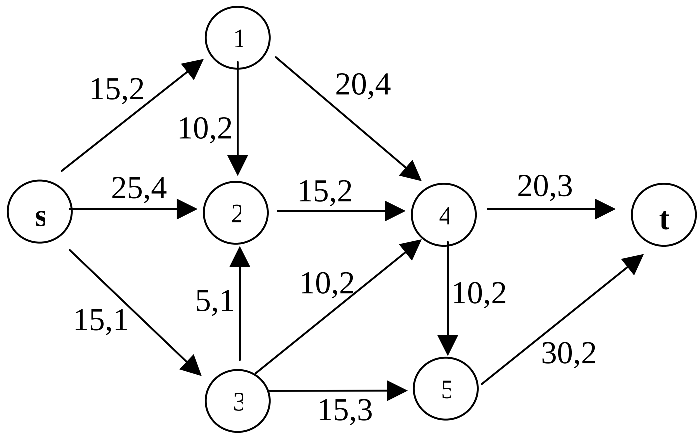
Rilassamento lagrangiano

$$
\begin{array}{ll}
\max & 4x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 4x_4 \\
(I) & 3x_1 + 9x_2 + 4x_3 + 4x_4 \le 14 \\
(II) & 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 \ge 6 \\
(III) & x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 7x_4 \le 6 \\
 & x_i \in \{0,1\}, \text{ per } i = 1,\dots,4
\end{array}
$$

Si utilizzi il rilassamento continuo, risolto mediante un opportuno algoritmo. Si riordinino gli indici delle variabili in base all'ordinamento utilizzato per risolvere il rilassamento continuo. Si esplorino solo i nodi riportati in figura. Si faccia *branching* sulla variabile frazionaria del rilassamento continuo.



[6] Si consideri la rete sottostante dove i valori sugli archi rappresentano la capacità ed il costo per unità di flusso, rispettivamente:



Si trovi con l'algoritmo di Ford-Fulkerson un *flusso di valore massimo* da **s** a **t** a partire dal flusso ammissibile **da inviare nella prima iterazione** di 10 unità lungo il cammino **s**,3,4,**t** .
Si riportino tutti i cammini aumentanti come sequenze di nodi ed il corrispondente incremento di flusso:
s -…..
s -…..

Si riporti, sulla figura data, il valore del flusso lungo ciascun arco nella soluzione ottima.
Si riporti il valore del flusso massimo:____________
.
Si trovi una *sezione di capacità minima*: S=(s,) N/S=(t,)

Si ricavi se il flusso massimo è stato inviato a costo minimo o no, motivando la risposta per mezzo della rete incrementale (da completare) qua sotto.