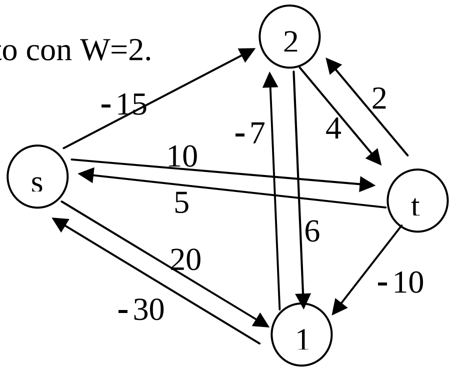
FONDAMENTI DI RICERCA OPERATIVA (turno unico) Prof. M.Trubian **a.a. 2009/10**
Seconda prova in itinere 18/01/10

Nome studente: .... **Matricola:**......…………......

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Punteggio massimo	5	6	5	5	6	6
Valutazione						

[1] E' dato un grafo orientato $G=(N,A)$ con costi c_{ij} qualsiasi sugli archi $(i,j)\in A$. Sono dati una coppia di nodi s, $t\in N$. Si fornisca un modello di programmazione lineare intera per il problema di determinare in G un cammino semplice da s a t, di lunghezza minima. Come cambia il modello se chiediamo che il cammino passi per almeno W nodi intermedi (cioè diversi da s e t), con $1 < W < |N|-1$ e intero.
Si applichi poi il modello all'esempio a fianco riportato con W=2.



[2] Si risolva mediante il metodo dei piani di taglio (utilizzando i tagli di Gomory) il seguente problema di programmazione lineare a numeri interi.

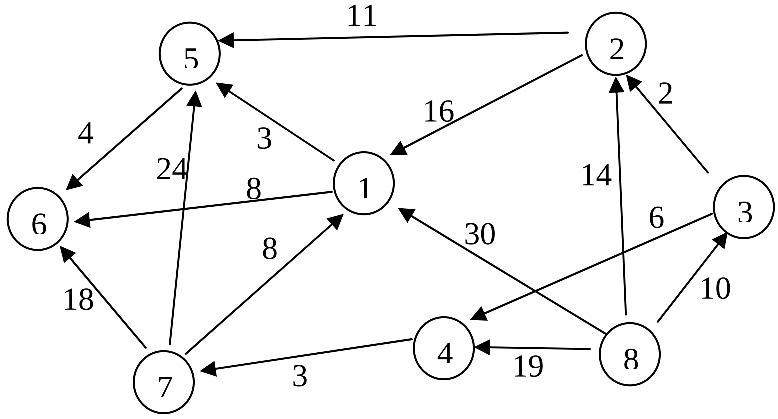
$$\max z = x_2$$
$$(I) \quad x_1 + x_2 \leq 6$$
$$(II) \quad -x_1 + x_2 \leq 1$$
$$x_1, x_2 \geq 0 \text{ intere}$$

[3] Si discuta la correttezza dell’algoritmo di Prim-Dijkstra per la soluzione del problema dell’albero ricoprente di costo minimo in un grafo non orientato pesato.
.

[4] Si risolva mediante un algoritmo di Branch & Bound il problema di zaino definito dai seguenti dati
Profitti, (p_j) = (5, 14, 28,15, 27)
Pesi, (w_j) = (2, 6, 10, 5, 15) Capacità, b = 22

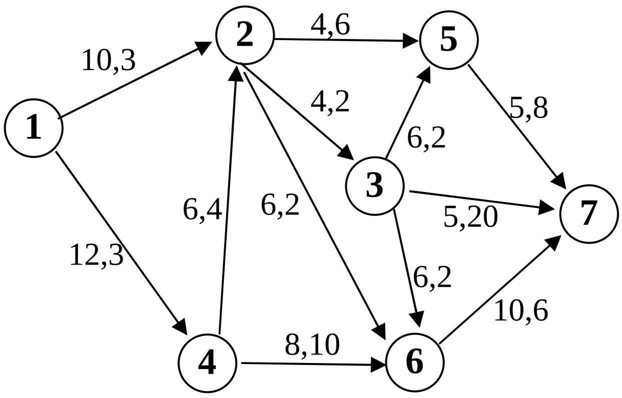
Si utilizzi come rilassamento quello lineare, risolto mediante un opportuno algoritmo. Si adotti una strategia “Depth First ” e si esplori per primo, ad ogni livello, il ramo dell’albero di “branching” associato al vincolo $x_i = 0$, dove la variabile di branching x_i è quella che assume un valore frazionario nel rilassamento lineare.
Si noti inoltre che una variabile libera può venir fissata a zero qualora la capacità ***residua*** dello zaino sia strettamente minore del suo peso.
Come LB si usi la *miglior* soluzione intera data dalla somma dei profitti degli oggetti che è stato possibile inserire nello zaino durante il calcolo dell’UB. Si riporti a fianco l'albero di branching. Per ogni nodo si riportino: il suo numero progressivo, *i* (partendo dal valore 0 del nodo radice), il valore UB(i) e il vettore delle variabili $\boldsymbol{x}$.

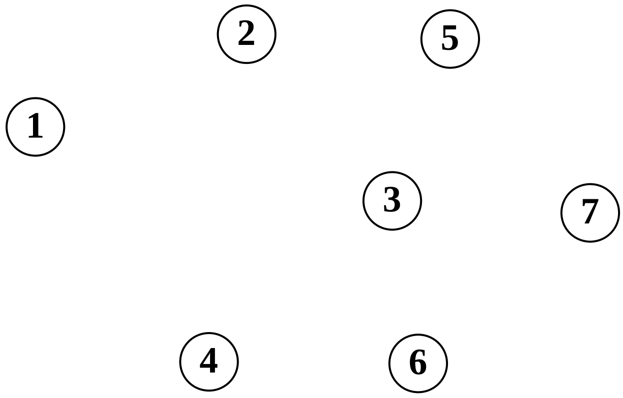
[5] Si risolva mediante l'algoritmo di Dijkstra il problema di determinare i cammini minimi dal nodo 8 a tutti gli altri nodi nel grafo in figura



nodi	1	2	3	4	5	6	7	8
Iter. 1								
Iter. 2								
Iter. 3								
Iter. 4								
Iter. 5								
Iter. 6								
Iter. 7								
Iter. 8								

[6] Si risolva mediante l'algoritmo di Ford-Fulkerson il problema di determinare un *flusso di valore massimo* da **1** a **7** nella rete di sinistra in cui i valori sugli gli archi rappresentano la capacità superiore ed il costo unitario, rispettivamente:





6.1 Si riportino tutti i cammini aumentanti come sequenze di nodi ed il corrispondente incremento di flusso.
6.2 Si riporti il valore del flusso massimo e, nella rete di sinistra, il valore del flusso finale lungo ciascun arco.
6.3 Si evidenzi nella rete il *taglio di capacità minima*. Individuato dall'algoritmo di Ford Fulkerson.
6.4 Si determini se il flusso massimo è stato inviato a costo minimo o no, motivando la risposta per mezzo della rete incrementale (da completare) di destra. Se necessario lo si reinstradi al più una volta calcolando il risparmio ottenuto.