FONDAMENTI DI RICERCA OPERATIVA Prof. M.Trubian **a.a. 2007/08** II prova in itinere 30/01/08

Nome studente: ....   **Matricola:**......……….......

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Punteggio massimo	6	4	6	7	5	5
Valutazione						

[1] Dato il seguente problema di programmazione lineare

$$\min\ z = x_1 + x_2$$
$$3x_1 + 2x_2 \geq 6$$
$$x_1 + 2x_2 \geq 4$$
$$x_1,\ x_2 \geq 0 \text{ intere}$$

lo si risolva mediante il metodo dei tagli di Gomory. Ci si limiti all'introduzione di un solo taglio e relativa riottimizzazione del tableau.

[2] E' dato un grafo non orientato $G=(N,E)$ con costi qualsiasi c_e per ogni e $\in E$, due sottoinsiemi disgiunti di lati A e B, ed un intero K< min{|A|, |B|}. Si fornisca un modello di programmazione ***lineare*** intera per il problema di trovare due alberi ricoprenti (spanning) T_1 e T_2, di costo complessivo minimo, che abbiano in comune almeno K lati di A e al più K lati di B. Come cambia il modello se vogliamo invece, che la differenza di costo dei due alberi sia minima.
Variabili e loro significato:

F. obiettivo:

Vincoli:

[3] Si risolva mediante un algoritmo di Branch & Bound il problema di zaino definito dai seguenti dati

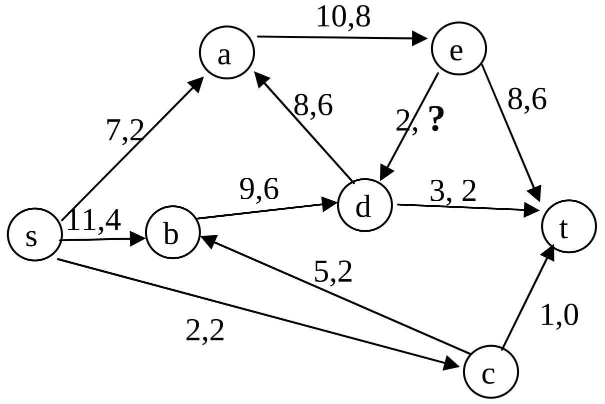
Profitti, $(p_j) = (21, 14, 17, 13, 5)$

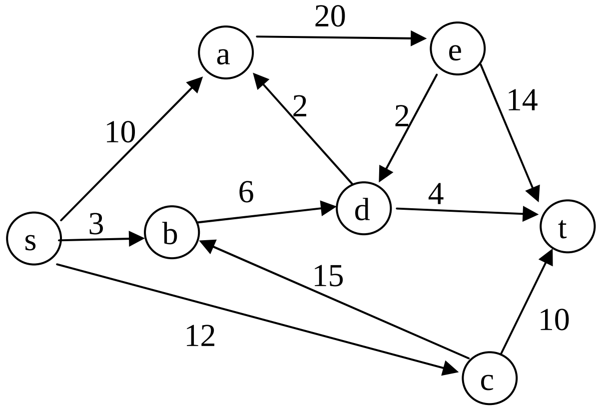
Pesi, $(w_j) = (10, 7, 6, 5, 2)$ Capacità, $b = 18$

Si utilizzi come rilassamento quello lineare, risolto mediante un opportuno algoritmo. Si rinominino gli indici delle variabili in base all'ordinamento ricavato. Si adotti una strategia di esplorazione "Depth First " e si esplori per primo, ad ogni livello, il ramo dell'albero di "branching" associato al vincolo $x_i = 0$, dove la variabile di branching x_i è quella che assume un valore frazionario nel rilassamento lineare. Si noti inoltre che una variabile libera può venir fissata a zero qualora la capacità ***residua*** dello zaino sia strettamente minore del suo peso.

Si riporti a fianco l'albero di branching. Per ogni nodo si riportino: il suo numero progressivo, *i* (partendo dal valore 0 del nodo radice), il valore UB_i ed il vettore con il corrispondente valore delle variabili.

[4] Si consideri il grafo orientato di sinistra in cui i valori sugli gli archi rappresentano, rispettivamente, la capacità superiore ed il flusso iniziale già inviato da s a t:





4.1 Si trovi il valore del flusso iniziale lungo l'arco (e,d).
4.2 Si trovi poi con l'algoritmo di Ford-Fulkerson un *flusso di valore massimo* da **s** a **t**.
Si riportino i cammini aumentanti come sequenze di nodi ed il relativo incremento di flusso.
Si riporti il valore del flusso massimo.
4.2 Si trovi il *taglio di capacità minima* individuato dall'algoritmo di Ford-Fulkerson
4.3 Utilizzando il grafo orientato di destra, in cui i valori sugli gli archi rappresentano il costo unitario, si dica se il flusso massimo trovato è stato inviato a costo minimo e se necessario lo si reinstradi.

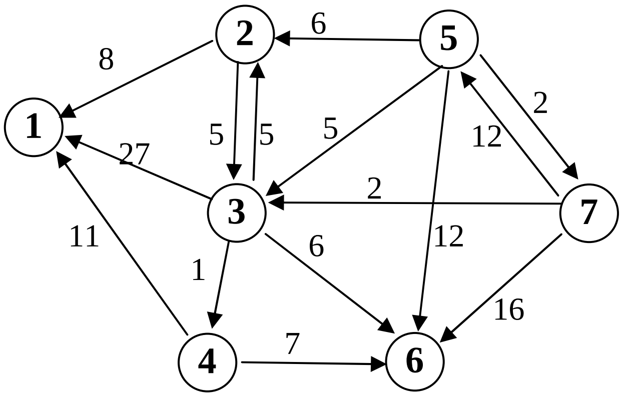
Cammini aumentanti:
s -…..
s -…..
…

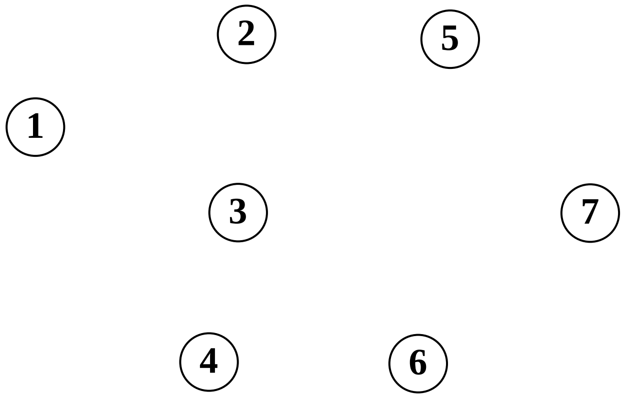
Sezione di capacità minima

S=(s,)

Flusso massimo:____________

[5] Si determinino i cammini minimi dal nodo **5** a tutti gli altri nodi nel grafo orientato di sinistra. Si riportino nel grafo di destra i soli archi appartenenti ai cammini minimi. Si riportino i valori delle etichette L(i) e dei predecessori P[i] nella tabella sottostante.





	Nodo 1	Nodo 2	Nodo 3	Nodo 4	Nodo 5	Nodo 6	Nodo 7
Iterazione 1							
Iterazione 2							
Iterazione 3							
Iterazione 4							
Iterazione 5							
Iterazione 6							
Iterazione 7							

[6] Si fornisca una definizione di“taglio valido”. Si ricavino i tagli di Gomory e se ne dimostri la validità.