FONDAMENTI DI RICERCA OPERATIVA Prof. M.Trubian a.a. 2008/09
Seconda prova in itinere 23/01/09

Nome studente: .... Matricola:......……….......

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Punteggio massimo	5	6	6	3	4	7
Valutazione						

[1] E' dato un grafo orientato $G=(V,A)$ con costi qualsiasi, $c_{i,j}$, sugli archi, con $(i,j) \in A$. Sono dati due nodi s e t di V, due insiemi non vuoti di nodi B e $C \subset V$, con $B \cap C = \emptyset$ e un intero k tale che $0 < k \leq \min\{|B|,|C|\}$. Si fornisca un modello di programmazione lineare intera per il problema di determinare in G un cammino semplice da s a t di lunghezza minima, che passi almeno per k nodi di B e non passi per più di k nodi di C.

[2] Dato il seguente problema di programmazione lineare intera

$$\begin{aligned} \max \; & z = x_1 \\ & 6x_1 + 9x_2 \leq 27 \\ & 4x_1 - 3x_2 \leq 0 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \text{ intere} \end{aligned}$$

lo si risolva mediante il metodo dei tagli di Gomory. Ci si limiti all'introduzione di un solo taglio e relativa riottimizzazione del tableau. Si disegni il taglio introdotto nella regione ammissibile.

[3] Si risolva mediante un algoritmo di Branch & Bound il problema di zaino definito dai seguenti dati

Profitti, $(p_j) = (14, 8, 19, 12, 9)$

Pesi, $(w_j) = (6, 4, 8, 5, 5)$ Capacità, $b = 15$

Si utilizzi come rilassamento quello lineare, risolto mediante un opportuno algoritmo. Si rinominino gli indici delle variabili in base all'ordinamento ricavato. Si adotti una strategia di esplorazione "Depth First " e si esplori per primo, ad ogni livello, il ramo dell'albero di "branching" associato al vincolo $x_i = 1$, dove la variabile di branching x_i è quella che assume un valore frazionario nel rilassamento lineare. Si noti inoltre che una variabile libera può venir fissata a zero qualora la capacità ***residua*** dello zaino sia strettamente minore del suo peso.

Si riporti a fianco l'albero di branching. Per ogni nodo si riportino: il suo numero progressivo, *i* (partendo dal valore 0 del nodo radice), il valore UB_i ed il vettore con il corrispondente valore delle variabili.

[4] Si formuli il modello di programmazione lineare del rilassamento surrogato dei vincoli (I) e (II) del seguente problema di PL a variabili binarie, dove il primo vincolo ha moltiplicatore 2 ed il secondo ha moltiplicatore 3.

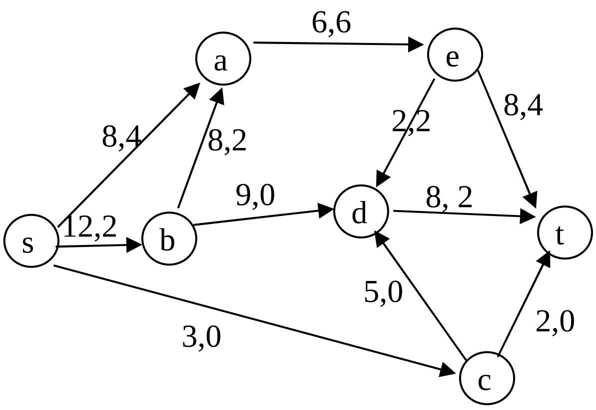
$$\begin{array}{lr}
\max z = & +5x_1 + 2x_2 + 6x_3 \\
(I) & +3x_1 + 2x_2 + 2x_3 \geq 6 \\
(II) & -2x_1 - 4x_2 + x_3 \leq 6 \\
(III) & +4x_1 + 2x_2 - 5x_3 \leq 10 \\
 & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \text{ e binarie}
\end{array}$$

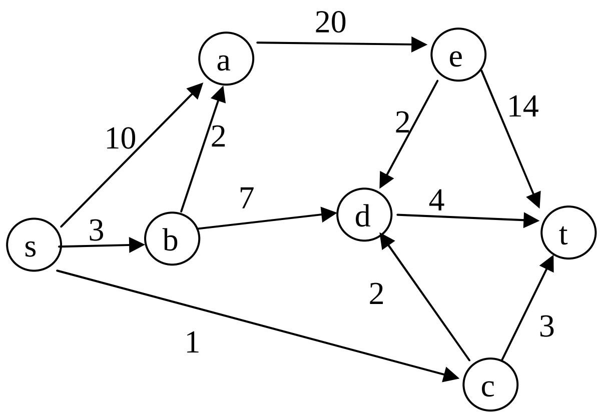
[5] Si dimostri che in una rete di flusso $G=(V,A)$, dato un flusso ammissibile $\underline{\boldsymbol{x}}$, vale la relazione

$$\varphi_0=\varphi(S) \text{ per ogni sezione } (S,V\backslash S)$$

dove φ_0 rappresenta il valore del flusso $\underline{\boldsymbol{x}}$.

[6] Si consideri il grafo orientato di sinistra in cui i valori sugli gli archi rappresentano, rispettivamente, la capacità superiore ed il flusso iniziale già inviato da s a t:





4.1 Si trovi poi con l’algoritmo di Ford-Fulkerson un *flusso di valore massimo* da **s** a **t**.
Si riportino i cammini aumentanti come sequenze di nodi ed il relativo incremento di flusso.
Si riporti il valore del flusso massimo.
4.2 Si trovi il *taglio di capacità minima* individuato dall’algoritmo di Ford-Fulkerson
4.3 Utilizzando il grafo orientato di destra, in cui i valori sugli gli archi rappresentano il costo unitario, si dica se il flusso massimo trovato è stato inviato a costo minimo e se necessario lo si reinstradi al più una volta calcolando il risparmio ottenuto.

Cammini aumentanti:
s -…..
s -…..
…

Sezione di capacità minima

S=(s,)

Flusso massimo:____________