RICERCA OPERATIVA (turno unico) Prof. M.Trubian **a.a. 2003/04** Appello del 27/07/04

Nome studente: .... **Matricola:**......…………......

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Punteggio massimo	6	6	4	5	6	6
Valutazione						

[1] Un'azienda produce 4 beni, A,B,C,D. Per produrre i beni A e B si utilizzano le risorse R e T nel seguente modo: ogni unità di bene A richiede 3 unità di risorsa R e 6 di risorsa T, ogni unità di bene B richiede 5 unità di risorsa R e 2 di risorsa T. Per produrre i beni C e D si utilizza la risorsa S: ciascuna unità di bene C e ciascuna unità di bene D richiede 1 unità di risorsa S. Le risorse R ed S si ottengono lavorando un preparato base P: ogni unità di risorsa R richiede 1 unità di preparato P e ogni unità di risorsa S richiede 2 unità di preparato P. Sono disponibili giornalmente 40 unità di preparato P e 50 di risorsa T. La risorsa T può venir integrata acquistandola al costo unitario di 0,5 unità monetarie. I beni A,B,C e D vengono venduti al prezzo di 2,3,1, e 2 unità monetarie, rispettivamente. Si fornisca un modello di PL per pianificare la produzione giornaliera dei beni.
Si dica come cambia il modello se si deve soddisfare anche la condizione che possano essere prodotti al più tre beni su quattro.

Variabili e loro significato:

Funzione obiettivo:________________________________

Vincoli:

[2] E' dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$x_1, x_2 \geq 0$

$$\begin{array}{ll} \max & z = -x_1 + 2x_2 \\ (I) & x_1 + x_2 \leq 10 \\ (II) & x_2 \leq 5 \\ (III) & x_1 + x_2 \geq 2 \\ (IV) & x_1 - x_2 \leq 4 \\ & x_1, x_2 \text{ libere} \end{array}$$

a) Si disegni la regione ammissibile, si trovi il vertice ottimo per via grafica e si riporti il valore di z e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto, in corrispondenza della soluzione ottima.

z =________;

x_1 =____; x_2 =____; x_3 =____; x_4 =____; x_5 =____; x_6 =____; (Le variabili da x_3 a x_6 sono di scarto.)

b) Vi sono vertici ai quali corrispondono basi degeneri? ________ (SI oppure NO)

c) Si dica, per via grafica, per quali variazioni di c1 (ora pari a –1) la composizione della base ottima non cambia.

_________ ≤ c1 ≤ _________

[3] Dato il seguente problema di programmazione lineare

$$\max\ z = x_1 + x_2$$
$$3x_1 + 2x_2 \le 27$$
$$3x_1 - x_2 \le 18$$
$$+x_2 \le 6$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

lo si risolva mediante l'algoritmo del simplesso selezionando come variabile entrante quella con coefficiente di costo ridotto più grande in valore assoluto e in caso di parità quella con indice più piccolo. La regola va rispettata.

Si riportino tutti i tableau:

[4] Si formuli il duale, PD, del modello dell'esercizio [2] così com'è.

Duale

$$\max \quad z = -x_1 + 2x_2$$
$$(I) \quad x_1 + x_2 \le 10$$
$$(II) \quad x_2 \le 5$$
$$(III) \quad x_1 + x_2 \ge 2$$
$$(IV) \quad x_1 - x_2 \le 4$$
$$x_1, x_2 \text{ libere}$$

Si risolva, riportando i passaggi principali, il problema PD mediante gli scarti complementari a partire dalla soluzione ottima del primale ottenuta risolvendo l'esercizio [2].

Si riporti il vettore della soluzione duale corrispondente alla soluzione primale data:

y_1 =____; y_2 =____; y_3 =____; y_4 =____;

[5] Si risolva mediante un algoritmo di Branch & Bound il problema di zaino definito dai seguenti dati

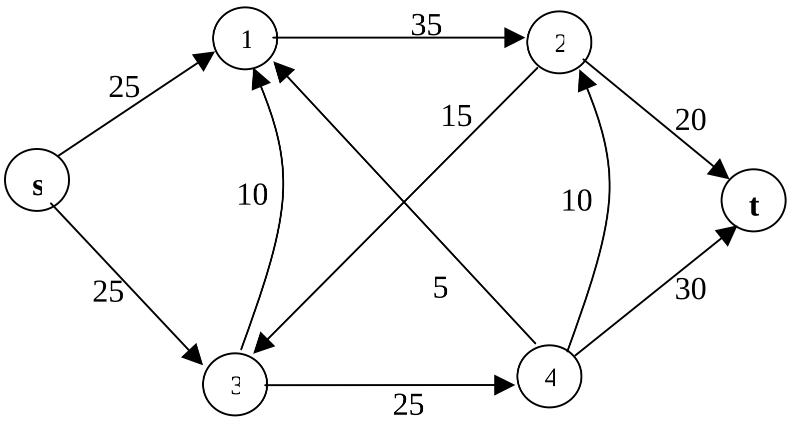
Profitti, $(p_j) = (16,30,20,18,8,2)$
Pesi, $(w_j) = (2,5,4,6,4,2)$
Capacità, b = 10

Si utilizzi come rilasciamento quello lineare, risolto mediante un opportuno algoritmo.
Si adotti una strategia " Depth First " e si esplori per primo il ramo dell'albero di "branching" associato al vincolo xi = 0, dove la variabile xi è l'unica variabile ad assumere un valore frazionario nella soluzione del rilasciamento lineare.

Si noti inoltre che un nodo può venir chiuso qualora la capacità residua dello zaino sia strettamente minore del peso di ciascun oggetto libero (cioè non ancora fissato da una operazione di branching).

Si riporti a fianco l'albero di branching. Per ogni nodo si riportino: il suo numero progressivo, *i*, secondo l'esplorazione "Depth First" (partendo dal valore 0 del nodo radice), ed i valori di LB e UB.

[6] Si consideri la rete sottostante in cui i valori sugli archi rappresentano le loro capacità:



Si trovi con l'algoritmo di Ford-Fulkerson un *flusso di valore massimo* da **s** a **t** a partire dal flusso ammissibile **da inviare nelle prime due iterazioni** di 5 unità lungo il cammino **s**,3,4,2,**t** e di 5 unità lungo il cammino **s**,3,4,1,2,**t.**

Si riportino tutti i cammini aumentanti come sequenze di nodi ed il corrispondente incremento di flusso:

s -…..
s -…..

Si riporti, sulla figura data, il valore del flusso lungo ciascun arco nella soluzione ottima.

Si riporti il valore del flusso massimo:_____________
.
Si trovi una *sezione di capacità minima*: S=(s,) N/S=(t,)

Si scelga un opportuno insieme di archi e gli si associ un costo unitario di flusso in modo che la soluzione trovata NON sia a costo minimo.