RICERCA OPERATIVA (turno unico) Prof. M.Trubian **a.a. 2003/04** Appello dell'11/01/05

Nome studente: .... **Matricola:**......…………......

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Punteggio massimo	6	6	4	5	6	6
Valutazione						

[1] Si riporti il modello **M**, di programmazione lineare intera, del problema di determinare in un grafo orientato G=(N,A), con peso associato agli archi non vincolato in segno, il cammino di lunghezza minima dal nodo $\boldsymbol{s} \in N$ al nodo $\boldsymbol{t} \in N$.

Come cambia il modello **M** qualora si imponga il passaggio del cammino cercato per tutti i nodi di un certo sottoinsieme dato $S \subseteq N$?

Come cambia il modello **M** qualora si richieda che il cammino cercato passi per almeno K nodi intermedi, con $0 < K \leq |N|-2$?

Variabili e loro significato:

Funzione obiettivo:________________________________

Vincoli:

[2] E' dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$x_1, x_2 \geq 0$

$$
\begin{array}{ll}
\max & z = -x_1 + 2x_2 \\
(I) & x_1 + x_2 \leq 10 \\
(II) & x_1 \qquad \leq 5 \\
(III) & x_1 + x_2 \geq 1 \\
(IV) & -x_1 + x_2 \leq 4 \\
 & x_1, x_2 \text{ libere}
\end{array}
$$

a) Si disegni la regione ammissibile, si trovi il vertice ottimo per via grafica e si riporti il valore di z e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto, in corrispondenza della soluzione ottima.

z =________;

x_1 =____; x_2 =____; x_3 =____; x_4 =____; x_5 =____; x_6 =____; (Le variabili da x_3 a x_6 sono di scarto.)

b) Vi sono vertici ai quali corrispondono basi degeneri? ________ (SI oppure NO)

c) Si dica, per via grafica, per quali variazioni di c2 (ora pari a 2) la composizione della base ottima non cambia.

_________ ≤ c2 ≤ _________

[3] Dato il seguente problema di programmazione lineare

$$\max\ z = x_1 + x_2$$

$$\begin{aligned} 3x_1 + 2x_2 &\le 18 \\ 3x_1 - x_2 &\le 3 \\ x_2 &\ge 3 \\ x_1, x_2 &\ge 0 \end{aligned}$$

si applichi ad esso la prima fase dell'algoritmo del simplesso
Si riportino tutti i tableau necessari:

[4] Si formuli il duale, PD, del modello dell'esercizio [2] così com'è.

Duale

Si risolva, riportando i passaggi principali, il problema PD mediante gli scarti complementari a partire dalla soluzione ottima del primale ottenuta risolvendo l'esercizio [2].

Si riporti il vettore della soluzione duale corrispondente alla soluzione primale data:

y = ____

[5] Si risolva mediante un algoritmo di Branch & Bound il problema di zaino definito dai seguenti dati

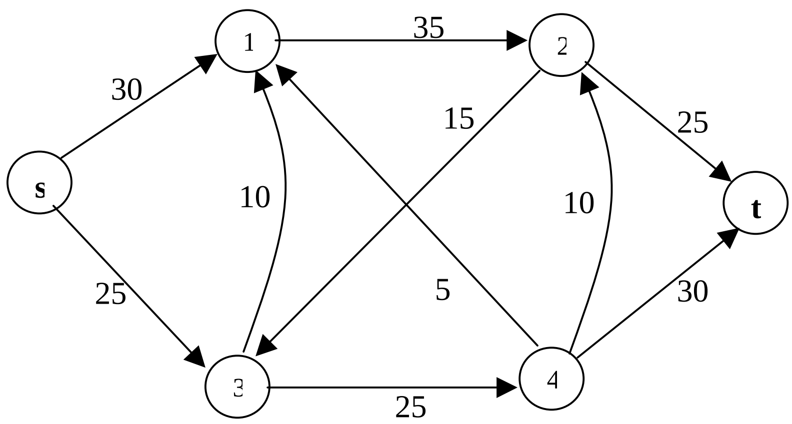
Profitti, $(p_j) = (18,30,20, 8,5,16)$
Pesi, $(w_j) = (6,5,5,4,3,2)$
Capacità, b = 11

Si utilizzi come rilasciamento quello lineare, risolto mediante un opportuno algoritmo.
Si adotti una strategia " Depth First " e si esplori per primo, ad ogni livello, il ramo dell'albero di "branching" associato al vincolo xi = 0, dove al livello i corrisponde la variabile di branching xi.

Si noti inoltre che un nodo può venir chiuso qualora la capacità residua dello zaino sia strettamente minore del peso di ciascun oggetto libero (cioè non ancora fissato da una operazione di branching).

Si riporti a fianco l'albero di branching. Per ogni nodo si riportino: il suo numero progressivo, *i*, secondo l'esplorazione "Depth First" (partendo dal valore 0 del nodo radice), ed i valori di LB e UB.

[6] Si consideri la rete sottostante in cui i valori sugli archi rappresentano le loro capacità:



Si trovi con l'algoritmo di Ford-Fulkerson un *flusso di valore massimo* da **s** a **t** a partire dal flusso ammissibile **da inviare nelle prime due iterazioni** di 10 unità lungo il cammino **s**,3,4,2,**t** e di 5 unità lungo il cammino **s**,3,4,1,2,**t.**

Si riportino tutti i cammini aumentanti come sequenze di nodi ed il corrispondente incremento di flusso:

s -…..
s -…..

Si riporti, sulla figura data, il valore del flusso lungo ciascun arco nella soluzione ottima.

Si riporti il valore del flusso massimo:_____________
.
Si trovi una *sezione di capacità minima*: S=(s,) N/S=(t,)

Si scelga un opportuno insieme, INS, di archi e gli si associ un costo unitario di flusso in modo che la soluzione trovata NON sia a costo minimo.

INS = { }