RICERCA OPERATIVA (turno unico) Prof. M.Trubian **a.a. 2003/04** Appello del 10/02/04

Nome studente: .... **Matricola:**......…………......

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Punteggio massimo	6	6	4	5	6	6
Valutazione						

[1] Un caseificio vuole pianificare la produzione settimanale di burro (B), ricotta (R), mozzarella (M), sapendo che la domanda massima è rispettivamente di 230, 150, 140 Kg alla settimana e che il prezzo di vendita è rispettivamente di 3, 5, 8 euro/Kg.
In una settimana sono disponibili fino a 45 ore-macchina per la produzione e fino a 450 litri di latte, al costo di 0.5 euro/litro. Per produrre 1 Kg di burro, ricotta o mozzarella, servono rispettivamente 5, 2, 4 Kg di latte, mentre le "quote di produzione" (il numero di Kg che sarebbe prodotto in un'ora se tutte le macchine fossero utilizzate per un solo tipo di prodotto) sono rispettivamente di 15, 6, 11 Kg.
Come deve produrre settimanalmente il caseificio per massimizzare i profitti ?
Come cambia il modello se il caseificio deve scegliere in alternativa (o l'uno o l'altro) fra due tipi di mozzarella, quella sopra descritta, (M), e un tipo (M1) caratterizzata da una domanda pari a 120 Kg, un prezzo di vendita di 9 euro/Kg, una richiesta di 4,5 Kg di latte per ogni Kg di prodotto finito ed una quota di produzione di 12 Kg ?
Si deve formulare (non risolvere) il problema, definendo le variabili, la funzione obiettivo, i vincoli.

Variabili e loro significato:

F. obiettivo:

Vincoli:

[2] E' dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\max \quad z = -x_1 + x_2$$

$$(I) \qquad -x_1 - x_2 \le -2$$

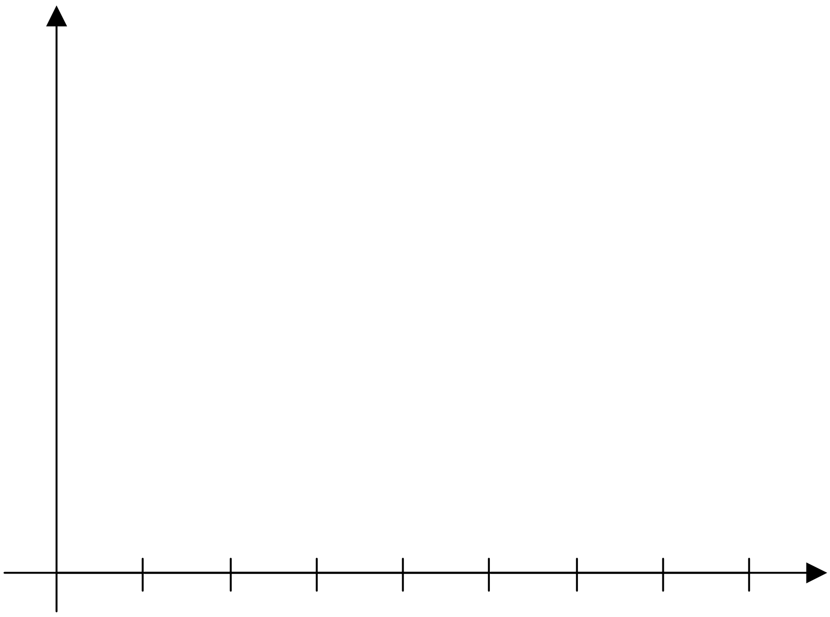
$$(II) \qquad -x_1 + 3x_2 \le 6$$

$$(III) \qquad -2x_1 + x_2 \le -1$$

$$(IV) \qquad 4x_1 - x_2 \le 20$$

$$(V) \qquad 2x_1 + x_2 \le 16$$

$$x_1, x_2 \ge 0$$



2.1 Si disegni la regine ammissibile del problema. Si trovi il vertice ottimo per via grafica e si riporti il valore di z e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto, in corrispondenza della soluzione ottima.

z =________; x_1 =______; x_2 =______; x_3 =______; x_4 =______; x_5 =______; x_6 =______; x_7 =______;
(Le variabili da x_3 a x_7 sono quelle di scarto)

2.2 Vi sono vertici ammissibili ai quali corrispondono basi degeneri? ________ (SI oppure NO)

2.3 Si ricavi, per via grafica, per quali valori di b_3 (ora pari a -1) la **composizione** della base ottima non cambia.

_________ $\le b_3 \le$ _________

[3] Dato il seguente problema di programmazione lineare

$$\max\ 2x_1 + 3x_2$$

soggetto a:

$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 &\le 3 \\ 4x_1 + 3x_2 &\le 6 \\ 2x_2 &\le 3 \\ x_1,\quad x_2 &\ge 0 \end{aligned}$$

Tableau finale

lo si risolva mediante l'algoritmo del simplesso.

[4] Si consideri il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\min\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4$$

Duale

s.a:

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + x_3 &= 3 \\ x_1 + x_3 + 2x_4 &= 4 \\ x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4 &\ge 0 \end{aligned}$$

si riporti il modello duale e si dica, mediante gli scarti complementari, se la soluzione x= (0,0,3,1/2) è ottima:________ **(**SI oppure NO**)**

Si riporti il vettore della soluzione duale corrispondente alla soluzione primale data:

y_1 =______; y_2 =______; y_3 =______; y_4 =______;

[5] Dato il seguente problema di programmazione lineare a numeri interi

$$\begin{aligned} &\min z = 7x_1 + x_2 - 3x_3 - 4x_4 \\ &-3x_1 + 3x_3 + 2x_4 = 1 \\ &x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 1 \\ &x_1, x_2, x_3, x_4 \ge 0 \text{ e intere} \end{aligned}$$

si consideri la base formata dalle variabili x_2, x_3, nell'ordine. Le variabili fuori base sono x_1 e x_4, nell'ordine.

E' data $B^{-1} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

5.1 Si ricavi il vettore dei coefficienti di costo ridotto delle variabili fuori base e si verifichi che la soluzione corrispondente alla base data è ottima per il rilassamento lineare del problema.

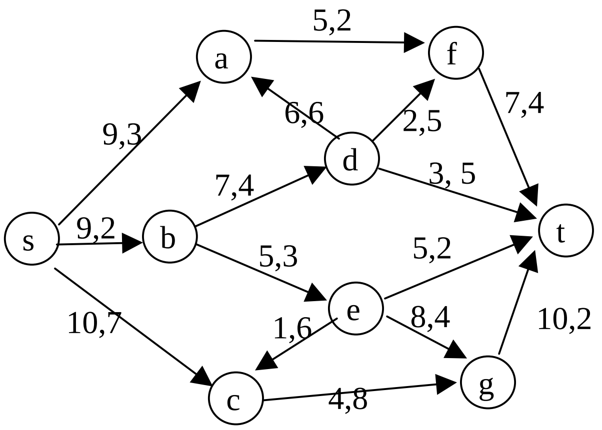
Vettore dei coefficienti di costo ridotto delle variabili fuori base = (,)

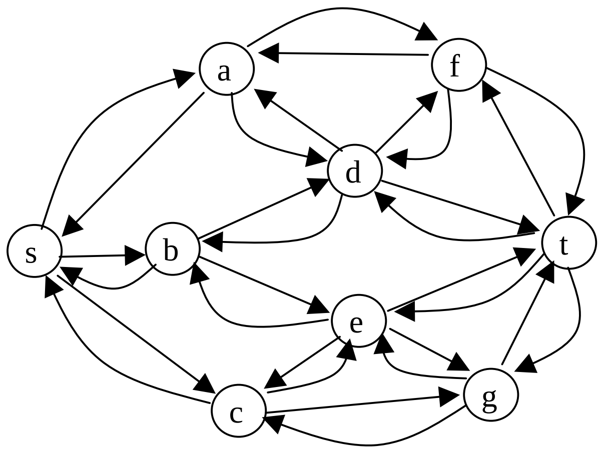
5.2 Si determini per quali variazioni δ_1 del termine noto b1 (ora uguale a 1) la base corrente rimane ottima

_________ $\le \delta_1 \le$ _________

5.3 Si ricavi il taglio di Gomory relativo al primo vincolo

[6] Si consideri il grafo orientato di sinistra in cui i valori sugli gli archi rappresentano la capacità superiore ed il costo unitario, rispettivamente:





6.1 Si trovi con l’algoritmo di Ford-Fulkerson un *flusso di valore massimo* da **s** a **t**.
Si riportino tutti i cammini aumentanti come sequenze di nodi ed il corrispondente incremento di flusso.
Si riporti il valore del flusso massimo.
6.2 Si trovi un *taglio di capacità minima*.
6.3 Si ricavi se il flusso massimo è stato inviato a costo minimo o no, motivando la risposta per mezzo della rete incrementale (da completare) di sinistra

Cammini aumentanti:
s -…..
s -…..

Sezione di capacità minima

S=(s,) N/S=(t,)

Flusso massimo:____________

Flusso a costo minimo?____