RICERCA OPERATIVA (turno unico) Prof. M.Trubian **a.a. 2003/04** Appello del 06/04/04

Nome studente: .... **Matricola:**......……….......

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Punteggio massimo	6	2+2	7	4	6	6
Valutazione						

[1] Un costruttore di manufatti in cemento deve pianificare la produzione del prossimo mese. Andando incontro alla bella stagione ha deciso di puntare sulla produzione di articoli per il giardinaggio: fioriere piccole (FP), fioriere medie (FM) e poratavasi (PV). Il prezzo di vendita dei tre articoli è di 15, 20 e 10 euro, rispettivamente. La produzione di ciascun articolo passa attraverso tre fasi: la mescola delle graniglie (che ne determina il colore), la messa in stampo e la finitura. La tabella seguente indica il numero di minuti richiesti da ciascun articolo in ciascuna fase. Le ore uomo che possono essere dedicate a ciascuna fase sono 25, 40 e 30, rispettivamente.

	FP	FM	PV
Mescola	6	8	4
Stampo	12	15	6
Finitura	8	10	8

Ricordando l'andamento delle vendite degli ultimi 5 anni, il costruttore desidera che il numero di portavasi sia compreso fra il 40% ed il 60% di tutti gli articoli, che siano prodotte più fioriere piccole di quelle medie e che, ***qualora vengono prodotte***, il numero di fioriere medie non sia inferiore a 20.

Si fornisca un modello di programmazione lineare a numeri interi per il problema descritto, specificando il significato di tutte le variabili e di tutti i vincoli introdotti.

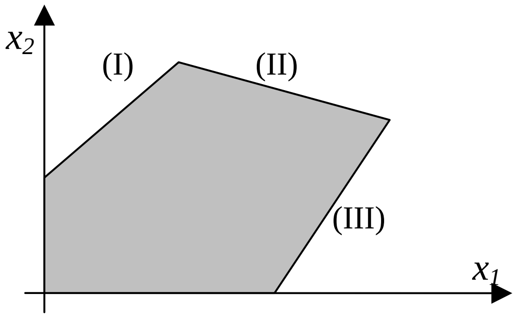
Funzione obiettivo

Vincoli

Variabili

Nome	Descrizione

[2a] Data la seguente rappresentazione grafica della regione ammissibile di un modello di programmazione lineare, con due variabili e tre vincoli (indicati in numeri romani) ai quali corrispondono, nell'ordine, le variabili di scarto s_1, s_2, ed s_3, si indichi da quali variabili sono composte le basi (compresa quella iniziale) nella sequenza in cui vengono visitate dall'algoritmo del simplesso. Si assuma che la prima variabile entrante sia x_1, e che il vertice ottimo sia dato dall'intersezione del primo e del secondo vincolo.



Basi: ( ), ( ), ( ), ( )

[2b] Si formuli il duale del seguente problema di programmazione lineare (senza trasformarlo in modelli equivalenti)

$$
\begin{aligned}
\max\quad & 3x_1 - x_2 + 2x_3 \\
& -x_1 + x_2 + 3x_3 \geq 4 \\
& 2x_1 + 4x_2 - x_3 \leq -2 \\
& -2x_1 - x_2 + 5x_3 = 6 \\
& x_1 \geq 0, \quad x_3 \leq 0
\end{aligned}
$$

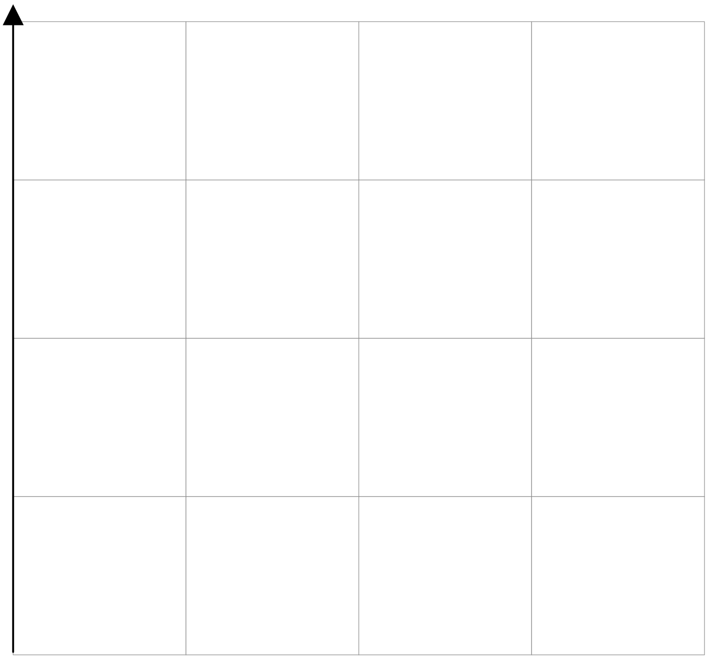
Duale:

[3] Si consideri il seguente modello di programmazione lineare

$$
\begin{aligned}
\min\quad & 4x_1 + 2x_2 + 6x_3 \\
& 4x_1 + x_2 + 3x_3 \geq 4 \\
& 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 \geq 4 \\
& x_i \geq 0, \quad i = 1,\dots,3
\end{aligned}
$$

- Se ne risolva il duale per via geometrica.
- Applicando il teorema degli scarti complementari si dica se la soluzione del primale $\underline{\boldsymbol{x}}$ = (0, 1, 1, 0, 0) è ottima (x_4 e x_5 sono le variabili di surplus).
- Quale valore assume il prezzo ombra del primo vincolo primale nella soluzione ottima?

Duale



Scarti complementari

x_1= y =

x_2= y =

x_3= y =

x_4= y =

x_5= y =

Valore ottimo funzione obiettivo duale:________

Soluzione $\underline{\boldsymbol{x}}$ ottima ? <u>SI</u> <u>NO</u>

Prezzo ombra: ____________________

[4] Dato il seguente problema di programmazione lineare

$$
\begin{aligned}
\min\quad & 2x_1 - x_2 - 6x_3 + 4x_4 \\
& 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 6 \\
& 4x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12 \\
& x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0
\end{aligned}
$$

si consideri la base formata dalle variabili x_1 e x_2, nell'ordine. Le variabili fuori base sono x_3 e x_4, nell'ordine.

Siano $B^{-1} = \frac{1}{8}\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ e $c_B B^{-1} D = (-5, 3)$.

Si ricavi $x_B = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$; La base è ammissibile ? <u>SI</u> <u>NO</u>

La base è degenere? <u>SI</u> <u>NO</u>

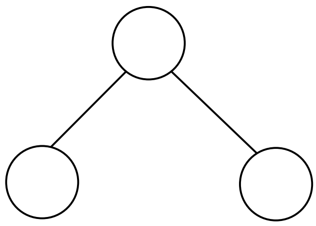
Si ricavi $r_D = (\quad,\quad)$; La base è ottima ? <u>SI</u> <u>NO</u>

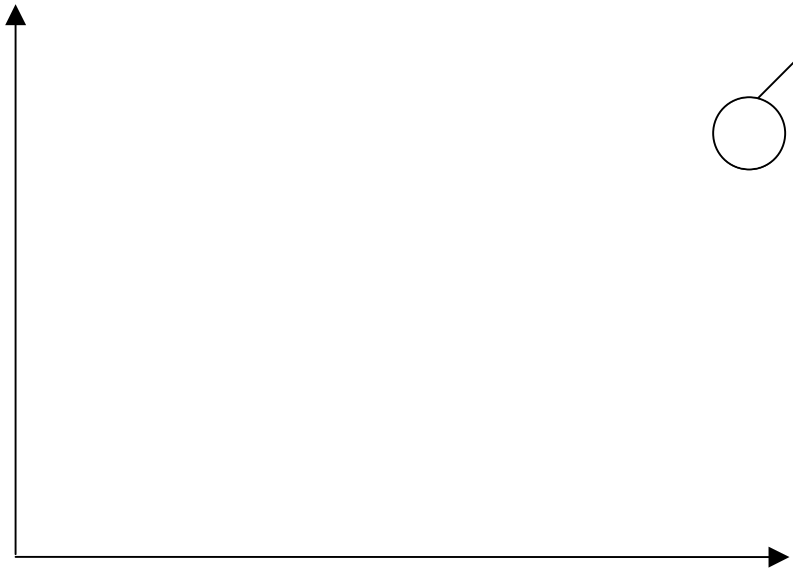
[5] Dato il seguente problema di programmazione lineare a numeri interi.

$$\min \; z = 4x_1 + 5x_2$$
$$2x_1 + x_2 \geq 15$$
$$2x_1 + 3x_2 \geq 27$$
$$4x_1 + 12x_2 \geq 90$$
$$x_1, x_2 \geq 0 \text{ e intere}$$

Si risolva il problema mediante un algoritmo di Branch & Bound. Si adotti una strategia "Depth First" e si esplori per primo il ramo dell'albero di "branching" associato al vincolo $\mathbf{x_i} \leq \lfloor \alpha \rfloor$, dove α rappresenta il valore frazionario della variabile $\mathbf{x_i}$ nella soluzione ottima del rilassamento continuo.

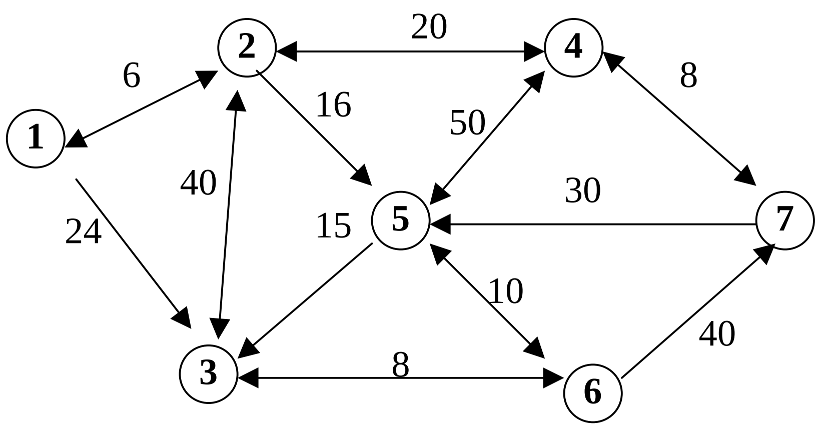
Albero di Branching





[6] Si risolva mediante l'algoritmo di Dijkstra il problema di determinare il cammino minimo dal nodo **4** a tutti gli altri nodi nel grafo in figura

N.B. Gli archi con doppia freccia possono essere percorsi in entrambe le direzioni.



Etichettature

S	*L*[j]							*Pred*[j]						
	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7