RICERCA OPERATIVA (turno unico) Prof. M.Trubian **a.a. 2003/04** Appello del 01/06/04

Nome studente: .... **Matricola:**......………......

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Punteggio massimo	6	6	4	5	6	6
Valutazione						

[1] Un'agenzia finanziaria deve investire 1000000 euro di un suo cliente in fondi di investimento. Vengono presi in considerazione i seguenti cinque tipi di fondi, come riassunti in tabella.

Nome	Tipo	Durata in anni	Rendita alla maturazione
A	privato	9	4.5%
B	pubblico	15	5.4%
C	stato	4	5.1%
D	stato	3	4.4%
E	privato	2	4.1%

I fondi pubblici e quelli dello stato vengono tassati del 50% alla fine del periodo. Il cliente desidera investire almeno il 40% del capitale in fondi pubblici o dello stato ed ha imposto che la durata media dell'investimento non superi i 5 anni. Egli richiede che al più uno fra gli investimenti C e D venga effettuato. Si desidera massimizzare la rendita dell'investimento.

Variabili e loro significato:

F. obiettivo:

Vincoli:

[2] E' dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$x_1, x_2 \geq 0$

$$
\begin{aligned}
&\max \quad z = x_1 + x_2 \\
&(I) \qquad -x_1 + x_2 \leq 6 \\
&(II) \qquad -x_1 - 4x_2 \leq -16 \\
&(III) \qquad 5x_1 + 6x_2 \leq 80 \\
&(IV) \qquad 3x_1 - 2x_2 \leq 20 \\
&(V) \qquad -x_1 + 2x_2 \leq 16 \\
&\qquad\qquad x_1, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

2.1 Si disegni la regine ammissibile del problema. Si evidenzi il vertice ottimo per via grafica e si riporti il valore di z e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto, in corrispondenza della soluzione ottima.

z =_________; x_1 =_______; x_2 =_______; x_3 =_______; x_4 =_______; x_5 =_______; x_6 =_______; x_7 =_______;

(Le variabili da x_3 a x_7 sono quelle di scarto)

2.2 Vi sono vertici ammissibili ai quali corrispondono basi degeneri? ________ Se sì, si indichino nella figura.

2.3 Si ricavi, per via grafica, per quali valori di b_4 (ora pari a 20) la **composizione** della base ottima non cambia.

_________ $\leq b_4 \leq$ _________

[3] Dato il seguente problema di programmazione lineare

max $z = 3x_1 + x_2 + 3x_3$

soggetto a:

$2x_1 + x_2 + x_3 \leq 2$

$x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 5$

$2x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 6$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

Tableau finale

lo si risolva mediante l'algoritmo del simplesso scegliendo al primo passo x_2 come variabile entrante e successivamente le variabili con coefficiente di costo ridotto più grande in valore assoluto.

[4] Si consideri il seguente problema di Programmazione Lineare:

min $-2x_1 + x_2 + 5x_3 + 3x_4$

Duale

soggetto a:

$x_1 - 2x_3 + 3x_4 = 3$

$x_1 + 3x_2 + x_3 - 4x_4 = 4$

$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$

si dica, mediante gli scarti complementari, se la soluzione x= (3,1/3,0,0) è ottima.

Si riporti il vettore della soluzione duale corrispondente alla soluzione primale data:

y_1 =____; y_2 =____;

La soluzione primale è ottima? ________ **(**SI oppure NO**)**

Perché?____________________ ____

[5] Dato il seguente problema di programmazione lineare

$$\min z = -x_1 - x_2 - x_4$$
$$2x_1 + px_2 + x_3 - 3x_4 = 2$$
$$-x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 = 4$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

si consideri la base B formata dalle variabili x_1, x_2, nell'ordine. Le variabili fuori base sono x_3 e x_4, nell'ordine.

a) Si ricavi per quali valori del parametro p la base B è ammissibile.

p *Simboli utilizzabili*: < , ≤

b) Si faccia assumere al parametro p il massimo fra i valori ricavati al punto precedente (che permettono cioè alla base B di essere ammissibile) e si ricavi la forma canonica rispetto alla base B.

Si riportino in particolare:

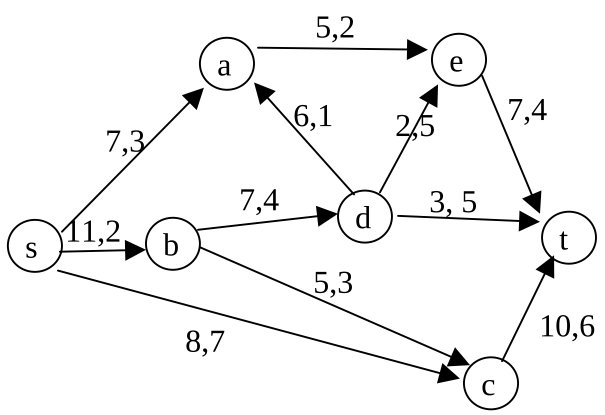
b1) il vettore dei coefficienti di costo ridotto, associato alle variabili fuori base (x_3 e x_4)

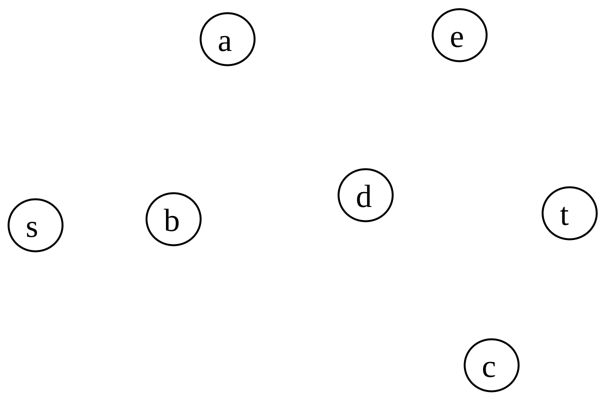
$\tilde{c}_3 =$ ____________ $\tilde{c}_4 =$ _________________

b2) le colonne della forma canonica relative alle variabili fuori base (x_3 e x_4)

$\tilde{A}_3 =$ $\tilde{A}_4 =$

[6] Si consideri il grafo orientato di sinistra in cui i valori sugli gli archi rappresentano la capacità superiore ed il costo unitario, rispettivamente:





6.1 Si trovi con l'algoritmo di Ford-Fulkerson un *flusso di valore massimo* da **s** a **t**.
Si riportino tutti i cammini aumentanti come sequenze di nodi ed il corrispondente incremento di flusso.
Si riporti il valore del flusso massimo.
6.2 Si trovi un *taglio di capacità minima*.
6.3 Si ricavi se il flusso massimo è stato inviato a costo minimo o no, motivando la risposta per mezzo della rete incrementale (da completare) di sinistra

Cammini aumentanti:
s -…..
s -…..

Sezione di capacità minima

S=(s,) N/S=(t,)

Flusso massimo:____________

Flusso a costo minimo?____