FONDAMENTI DI RICERCA OPERATIVA (turno unico) Prof. M.Trubian **a.a. 2006/07**
Prima prova in itinere: 24/11/06

A

Nome studente: .... **Matricola:**......…………......

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Valore %	0.3	0.2	0.2	0.15	0.1	0.05
Valutazione						

[1] E' dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$
\begin{array}{ll}
\max\ z = x_1 - x_2 & \\
(\mathrm{I}) & x_1 + x_2 \le 8 \\
(\mathrm{II}) & x_1 + 2x_2 \ge 4 \\
(\mathrm{III}) & x_1 - 3x_2 \ge -6 \\
 & x_1 \ge 0,\ x_2 \text{ libera}
\end{array}
$$

1.1 Si disegni **a fianco** la regione ammissibile del problema. Si evidenzi il vertice ottimo per via grafica e si riporti il valore di *z* e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto o surplus, in corrispondenza della soluzione ottima.

z______ x_1______ x_2______ x_3______ x_4______ x_5______

1.2 Si ricavi, per via grafica, per quali valori di b_1 (ora pari a 8) la **composizione** della base ottima non cambia. __________ $\le b_1 \le$ __________

1.3 Si ricavi, per via grafica, per quali valori di c_2 (ora pari a -1) la **composizione** della base ottima non cambia. __________ $\le c_2 \le$ __________

1.4 Si risolva mediante gli scarti complementari il duale del problema dato.

[2] Il processo produttivo di una azienda si compone di quattro fasi (A,B,C,D). L'azienda produce sei diversi tipi di prodotto (1, 2, ..., 6) ognuno dei quali attraversa ogni fase per un tempo prefissato. Nella tabella seguente sono riportate le ore necessarie per effettuare in ogni fase la lavorazione di uno specifico prodotto e la disponibilità totale di ore in ogni singola fase nella prossima settimana. L'obiettivo della azienda è di definire il mix dei prodotti (piano di produzione) per la prossima settimana che permetta di massimizzare il profitto, nell'ipotesi che l'azienda possa vendere tutto quello che produce.

	Prodotti						
Fase	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**Capacità (ore)**
A	1	1	2	2	1	2	1500
B	3	2	1	1	1	1	2400
C	1	1	2	2	2	1	1800
D	2	2	1	1	2	2	2100

Ciascun prodotto consente di ottenere i seguenti profitti unitari:

Prodotti	1	2	3	4	5	6
Ricavi ($)	30	25	20	40	25	30

Il problema può quindi essere formulato nel modo seguente

```
MAX     30 X1 + 25 X2 + 20 X3 + 40 X4 + 25 X5 + 30 X6
SUBJECT TO
       2)   X1 +   X2 + 2 X3 + 2 X4 +   X5 + 2 X6 <=   1500
       3) 3 X1 + 2 X2 +   X3 +   X4 +   X5 +   X6 <=   2400
       4)   X1 +   X2 + 2 X3 + 2 X4 + 2 X5 +   X6 <=   1800
       5) 2 X1 + 2 X2 +   X3 +   X4 + 2 X5 + 2 X6 <=   2100
END
```

Si dica come cambia il modello se imponiamo anche le seguenti condizioni

a) se viene prodotto il prodotto 2 allora devono venir prodotti i prodotti 4 e 5
b) la somma dei prodotti 1 e 3 non deve superare il 40% della somma degli altri prodotti
c) la produzione del prodotto 6 comporta un costo fisso pari a 500 unità monetarie.

Si dica, mediante un semplice ragionamento, il massimo numero di prodotti che saranno posti in produzione nella soluzione ottima

[3] Si risolva mediante l'algoritmo del simplesso il seguente problema di PL.

$$\max z = x_2$$

$$(\mathrm{I}) \quad x_1 + 2x_2 \geq 1$$

$$(\mathrm{II}) \quad -x_1 + 2x_2 \leq 4$$

$$x_1, \quad x_2 \geq 0$$

[4] Dato il seguente problema di programmazione lineare

$$\begin{aligned} \min \quad & 2x_1 - x_2 - 6x_3 - 10x_4 \\ & 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 = 5 \\ & 4x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 10 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

si consideri la base formata dalle variabili x_1 e x_3, nell'ordine.

Si determini il coefficiente di costo ridotto della variabile x_4. Che cosa si può dedurre da tale valore?

[5] Se il problema primale è inammissibile cosa possiamo dire del problema duale?

[6] Che cosa si intende per *prezzo ombra*?

FONDAMENTI DI RICERCA OPERATIVA (turno unico) Prof. M.Trubian **a.a. 2006/07**
Prima prova in itinere: 24/11/06

B

Nome studente: .... **Matricola:**......……….......

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Valore %	0.3	0.2	0.2	0.15	0.1	0.05
Valutazione						

[1] E' dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$
\begin{aligned}
&\max z = -x_1 + x_2 \\
&(\mathrm{I}) \qquad x_1 - x_2 \le -1 \\
&(\mathrm{II}) \qquad x_1 + x_2 \ge -1 \\
&(\mathrm{III}) \qquad x_1 - 2x_2 \ge -6 \\
&\qquad\qquad x_1 \text{ libera}, x_2 \ge 0
\end{aligned}
$$

1.1 Si disegni **a fianco** la regione ammissibile del problema. Si evidenzi il vertice ottimo per via grafica e si riporti il valore di *z* e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto o surplus, in corrispondenza della soluzione ottima.

z______ x_1______ x_2______ x_3______ x_4______ x_5______

1.2 Si ricavi, per via grafica, per quali valori di b_2 (ora pari a -1) la **composizione** della base ottima non cambia. __________ $\le b_2 \le$ __________

1.3 Si ricavi, per via grafica, per quali valori di c_1 (ora pari a -1) la **composizione** della base ottima non cambia. __________ $\le c_1 \le$ __________

1.4 Si risolva mediante gli scarti complementari il duale del problema dato.

[2] Il processo produttivo di una azienda si compone di quattro fasi (A,B,C,D). L'azienda produce sei diversi tipi di prodotto (1, 2, ..., 6) ognuno dei quali attraversa ogni fase per un tempo prefissato. Nella tabella seguente sono riportate le ore necessarie per effettuare in ogni fase la lavorazione di uno specifico prodotto e la disponibilità totale di ore in ogni singola fase nella prossima settimana. L'obiettivo della azienda è di definire il mix dei prodotti (piano di produzione) per la prossima settimana che permetta di massimizzare il profitto, nell'ipotesi che l'azienda possa vendere tutto quello che produce.

	Prodotti						
Fase	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**Capacità (ore)**
A	1	1	2	2	1	2	1500
B	3	2	1	1	1	1	2400
C	1	1	2	2	2	1	1800
D	2	2	1	1	2	2	2100

Ciascun prodotto consente di ottenere i seguenti profitti unitari:

Prodotti	1	2	3	4	5	6
Ricavi ($)	30	25	20	40	25	30

Il problema può quindi essere formulato nel modo seguente

```
MAX     30 X1 + 25 X2 + 20 X3 + 40 X4 + 25 X5 + 30 X6
SUBJECT TO
       2)   X1 +   X2 + 2 X3 + 2 X4 +   X5 + 2 X6 <=   1500
       3) 3 X1 + 2 X2 +   X3 +   X4 +   X5 +   X6 <=   2400
       4)   X1 +   X2 + 2 X3 + 2 X4 + 2 X5 +   X6 <=   1800
       5) 2 X1 + 2 X2 +   X3 +   X4 + 2 X5 + 2 X6 <=   2100
END
```

Si dica come cambia il modello se imponiamo anche le seguenti condizioni

a) se vengono prodotti i prodotti 1 e 2 allora deve venir prodotto il prodotto 4
b) la somma dei prodotti 3 e 5 deve superare il 20% della somma degli altri prodotti
c) la produzione del prodotto 2 comporta un costo fisso pari a 200 unità monetarie.

Si dica, mediante un semplice ragionamento, il massimo numero di prodotti che saranno posti in produzione nella soluzione ottima

[3] Si risolva mediante l'algoritmo del simplesso il seguente problema di PL.

$$\max\ z = 2x_1 + 4x_2$$

$$\begin{array}{ll} (\mathrm{I}) & x_1 + 2x_2 \geq 1 \\ (\mathrm{II}) & 2x_1 + x_2 \leq 6 \\ & x_1,\ \ x_2 \geq 0 \end{array}$$

[4] Dato il seguente problema di programmazione lineare

$$\begin{aligned} \min \quad & -4x_1 - 3x_2 - 6x_3 + 10x_4 \\ & 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 = 5 \\ & 4x_1 + 6x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 10 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

si consideri la base formata dalle variabili x_2 e x_3, nell'ordine.
Si determini il coefficiente di costo ridotto della variabile x_1. Che cosa si può dedurre da tale valore?

[5] Se il problema primale è illimitato cosa possiamo dire del problema duale?

[6] Che cosa si intende per *prezzo ombra*?

FONDAMENTI DI RICERCA OPERATIVA (turno unico) Prof. M.Trubian **a.a. 2006/07**
Prima prova in itinere: 24/11/06

C

Nome studente: .... **Matricola:**......……….......

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Valore %	0.3	0.2	0.2	0.15	0.1	0.05
Valutazione						

[1] E' dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$
\begin{array}{ll}
\max z = 2x_1 - x_2 & \\
(\mathrm{I}) & x_1 + 2x_2 \leq 4 \\
(\mathrm{II}) & 2x_1 + x_2 \geq 2 \\
(\mathrm{III}) & x_1 - 2x_2 \leq 6 \\
 & x_1 \geq 0, x_2 \text{ libera}
\end{array}
$$

1.1 Si disegni **a fianco** la regione ammissibile del problema. Si evidenzi il vertice ottimo per via grafica e si riporti il valore di *z* e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto o surplus, in corrispondenza della soluzione ottima.

z______ x_1______ x_2______ x_3______ x_4______ x_5______

1.2 Si ricavi, per via grafica, per quali valori di b_2 (ora pari a 2) la **composizione** della base ottima non cambia. __________ $\leq$ b_2 $\leq$ __________
1.3 Si ricavi, per via grafica, per quali valori di c_2 (ora pari a -1) la **composizione** della base ottima non cambia. __________ $\leq$ c_2 $\leq$ __________

1.4 Si risolva mediante gli scarti complementari il duale del problema dato.

[2] Il processo produttivo di una azienda si compone di quattro fasi (A,B,C,D). L'azienda produce sei diversi tipi di prodotto (1, 2, ..., 6) ognuno dei quali attraversa ogni fase per un tempo prefissato. Nella tabella seguente sono riportate le ore necessarie per effettuare in ogni fase la lavorazione di uno specifico prodotto e la disponibilità totale di ore in ogni singola fase nella prossima settimana. L'obiettivo della azienda è di definire il mix dei prodotti (piano di produzione) per la prossima settimana che permetta di massimizzare il profitto, nell'ipotesi che l'azienda possa vendere tutto quello che produce.

	Prodotti						
Fase	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**Capacità (ore)**
A	1	1	2	2	1	2	1500
B	3	2	1	1	1	1	2400
C	1	1	2	2	2	1	1800
D	2	2	1	1	2	2	2100

Ciascun prodotto consente di ottenere i seguenti profitti unitari:

Prodotti	1	2	3	4	5	6
Ricavi ($)	30	25	20	40	25	30

Il problema può quindi essere formulato nel modo seguente

```
MAX     30 X1 + 25 X2 + 20 X3 + 40 X4 + 25 X5 + 30 X6
SUBJECT TO
       2)   X1 +   X2 + 2 X3 + 2 X4 +   X5 + 2 X6 <=   1500
       3) 3 X1 + 2 X2 +   X3 +   X4 +   X5 +   X6 <=   2400
       4)   X1 +   X2 + 2 X3 + 2 X4 + 2 X5 +   X6 <=   1800
       5) 2 X1 + 2 X2 +   X3 +   X4 + 2 X5 + 2 X6 <=   2100
END
```

Si dica come cambia il modello se imponiamo anche le seguenti condizioni

d) se viene prodotto il prodotto 1 allora non devono venir prodotti i prodotti 2 e 3
e) la somma dei prodotti 3 e 4 non deve superare il 60% della somma degli altri prodotti
f) la produzione del prodotto 1 comporta un costo fisso pari a 200 unità monetarie.

Si dica, mediante un semplice ragionamento, il massimo numero di prodotti che saranno posti in produzione nella soluzione ottima

[3] Si risolva mediante l'algoritmo del simplesso il seguente problema di PL.

$$\max\ z = x_1$$

$$
\begin{array}{ll}
(\mathrm{I}) & x_1 + 2x_2 \geq 1 \\
(\mathrm{II}) & 2x_1 - x_2 \leq 4 \\
 & x_1,\ \ x_2 \geq 0
\end{array}
$$

[4] Dato il seguente problema di programmazione lineare

$$\begin{aligned} \min \quad & 8x_1 - x_2 - 5x_3 - 10x_4 \\ & 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 = 5 \\ & 4x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 25 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

si consideri la base formata dalle variabili x_3 e x_4, nell'ordine.

Si determini il coefficiente di costo ridotto della variabile x_1. Che cosa si può dedurre da tale valore?

[5] Se il problema duale è inammissibile cosa possiamo dire del problema primale?

[6] Che cosa si intende per *prezzo ombra*?

FONDAMENTI DI RICERCA OPERATIVA (turno unico) Prof. M.Trubian **a.a. 2006/07**

Prima prova in itinere: 24/11/06

D

Nome studente: .... **Matricola:**......……….......

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Valore %	0.3	0.2	0.2	0.15	0.1	0.05
Valutazione						

[1] E' dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\begin{array}{ll} \max z = -x_1 + x_2 & \\ (\mathrm{I}) & 2x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ (\mathrm{II}) & x_1 + 2x_2 \geq 3 \\ (\mathrm{III}) & 2x_1 - x_2 \geq -6 \\ & x_1 \text{ libera}, x_2 \geq 0 \end{array}$$

1.1 Si disegni **a fianco** la regione ammissibile del problema. Si evidenzi il vertice ottimo per via grafica e si riporti il valore di z e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto o surplus, in corrispondenza della soluzione ottima.

z______ x_1______ x_2______ x_3______ x_4______ x_5______

1.2 Si ricavi, per via grafica, per quali valori di b_1 (ora pari a 6) la **composizione** della base ottima non cambia. __________ $\leq b_1 \leq$ __________

1.3 Si ricavi, per via grafica, per quali valori di c_2 (ora pari a +1) la **composizione** della base ottima non cambia. __________ $\leq c_2 \leq$ __________

1.4 Si risolva mediante gli scarti complementari il duale del problema dato.

[2] Il processo produttivo di una azienda si compone di quattro fasi (A,B,C,D). L'azienda produce sei diversi tipi di prodotto (1, 2, ..., 6) ognuno dei quali attraversa ogni fase per un tempo prefissato. Nella tabella seguente sono riportate le ore necessarie per effettuare in ogni fase la lavorazione di uno specifico prodotto e la disponibilità totale di ore in ogni singola fase nella prossima settimana. L'obiettivo della azienda è di definire il mix dei prodotti (piano di produzione) per la prossima settimana che permetta di massimizzare il profitto, nell'ipotesi che l'azienda possa vendere tutto quello che produce.

	Prodotti						
Fase	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**Capacità (ore)**
A	1	1	2	2	1	2	1500
B	3	2	1	1	1	1	2400
C	1	1	2	2	2	1	1800
D	2	2	1	1	2	2	2100

Ciascun prodotto consente di ottenere i seguenti profitti unitari:

Prodotti	1	2	3	4	5	6
Ricavi ($)	30	25	20	40	25	30

Il problema può quindi essere formulato nel modo seguente

```
MAX     30 X1 + 25 X2 + 20 X3 + 40 X4 + 25 X5 + 30 X6
SUBJECT TO
       2)   X1 +   X2 + 2 X3 + 2 X4 +   X5 + 2 X6 <=   1500
       3) 3 X1 + 2 X2 +   X3 +   X4 +   X5 +   X6 <=   2400
       4)   X1 +   X2 + 2 X3 + 2 X4 + 2 X5 +   X6 <=   1800
       5) 2 X1 + 2 X2 +   X3 +   X4 + 2 X5 + 2 X6 <=   2100
END
```

Si dica come cambia il modello se imponiamo anche le seguenti condizioni

g) se vengono prodotti i prodotti 1 e 2 allora non deve venir prodotto il prodotto 6
h) la somma dei prodotti 3, 4 e 5 deve superare il 40% della somma degli altri prodotti
i) la produzione del prodotto 5 comporta un costo fisso pari a 400 unità monetarie.

Si dica, mediante un semplice ragionamento, il massimo numero di prodotti che saranno posti in produzione nella soluzione ottima

[3] Si risolva mediante l'algoritmo del simplesso il seguente problema di PL.

$$
\begin{array}{lr}
\max\ z = 2x_1 + 2x_2 & \\
(\mathrm{I}) & x_1 + 2x_2 \geq 1 \\
(\mathrm{II}) & 2x_1 + x_2 \leq 8 \\
 & x_1,\quad x_2 \geq 0
\end{array}
$$

[4] Dato il seguente problema di programmazione lineare

$$\min \quad -4x_1 - 8x_2 + 6x_3 + 8x_4$$
$$2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 = 8$$
$$4x_1 + 6x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 20$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

si consideri la base formata dalle variabili x_1 e x_4, nell'ordine.
Si determini il coefficiente di costo ridotto della variabile x_2. Che cosa si può dedurre da tale valore?

[5] Se il problema duale è inammissibile cosa possiamo dire del problema primale?

[6] Che cosa si intende per *prezzo ombra*?