

## Problemi candidati ad essere risolti con le tecniche del corso CRO

- **TSP**

- 1) Problema del commesso viaggiatore risolto mediante B&B (fare riferimento allo pseudocodice del manuale di Fischetti) con lower bound dell'1-albero.
- 2) Lower bound del TSP calcolato mediante rilassamento lagrangiano di Held e Karp: problema dell'1-albero + vincoli di grado lagrangianizzati. Tecnica di sottogradienti di base.
- 3) Progetto per due studenti: 1) + 2)

- **Knapsack**

- 4) Problema dello zaino risolto mediante B&B (pseudocodice Fischetti) con lower bound di Dantzig e confronto fra schema di esplorazione depth first e best bound first.
- 5) Lower bound del problema di zaino multidimensionale (più vincoli di zaino) dove un vincolo rimane e gli altri vengono lagrangianizzati. Tecnica di sottogradienti di base. Attenzione: nella funzione obiettivo del problema lagrangiano possono esserci elementi con profitto negativo, la relativa variabile va posta a zero anche se lo zaino non è saturo.
- 6) Progetto per due studenti: 1) + 2), cioè problema di zaino multidimensionale risolto mediante B&B: caso con due o tre vincoli di zaino

- **Problemi p-mediane, p-centri**

- 1) Problema di p-mediane risolto mediante generazione di colonne. Problema di set partitioning ( $\min cx; Ax=1$ ) più un vincolo che dice che devono essere scelte esattamente p colonne. Ogni insieme (colonna di A) rappresenta un sotto insieme di nodi che fa riferimento ad una mediana. Ogni nodo è coperto da una mediana. Il costo di una colonna (insieme di nodi) è dato dalla somma del costo degli archi dai singoli nodi dell'insieme alla mediana. Nel problema di pricing la funzione obiettivo diventa: la somma del costo degli archi che uniscono i nodi alla mediana meno la somma dei "premi" (variabili duali) dei nodi inseriti nell'insieme, meno un valore dato dalla variabile duale del vincolo delle p-mediane. Nel problema di pricing (da formulare) le variabili di decisione sono: variabili d'arco (gli archi scelti che uniscono i nodi scelti alla mediana), variabili di nodo (che indicano chi è la mediana).  
Soluzione euristica iniziale: insieme di nodi che coprono tutti i nodi. Qual è la mediana di un insieme di nodi? A turno ogni nodo dell'insieme (colonna) è candidato ad essere mediana, il nodo al quale corrisponde il costo minimo di colonna è il nodo mediana di quell'insieme. Le istanze sono grafi non orientati da 20 nodi oppure orientati da 15 nodi.
- 2) Come problema precedente ma il costo di una colonna è dato dal costo dell'arco di costo massimo che collega un nodo al centro.

- **SSTDMA**

È data una matrice  $n \times n$ ,  $T$ , di valori interi non negativi ed un valore  $k < n$ . Occorre partizionare  $T$  in sottomatrici latine (una matrice latina ha al più un elemento per ogni riga e per ogni colonna) in modo che sovrapponendo le matrici latine si ottenga la matrice  $T$ . In ogni sottomatrice ci devono essere al massimo  $k$  elementi. Il costo di una sottomatrice è dato dal valore del suo elemento di valore massimo. Il costo di una scomposizione di  $T$  è dato dalla somma del costo delle sottomatrici. Si può formulare come problema di set partitioning (da risolvere mediante generazione di colonne).

Ogni insieme (colonna) rappresenta una sottomatrice latina. Il costo della colonna è dato dal valore dell'elemento massimo nella sottomatrice. Il problema di pricing (da formulare) richiede di trovare in una matrice  $T$  una sottomatrice latina, che abbia al più  $k$  elementi e dove la funzione obiettivo è data dal valore originale dell'elemento massimo scelto meno la somma dei "premi" (variabili duali) degli elementi scelti. Si può formulare come un problema di assegnamento: al più un elemento per riga, al più un elemento per colonna, al massimo  $k$  elementi (fin qui le variabili binarie classiche di assegnamento  $x_{ij}$ ) più una variabile intera,  $z$ , che assume il valore del massimo elemento scelto ( $x_{ij} t_{ij} \leq z \quad \forall (i,j)$  dove  $t_{ij}$  rappresenta il valore dell'elemento  $i,j$  di  $T$ ) e la funzione obiettivo che è la differenza fra il valore di  $z$  e quello della somma dei valori duali degli elementi scelti.

Istanze date da matrici di valori interi non negativi di dimensione al più 15.