A

**FONDAMENTI DI RICERCA OPERATIVA (turno unico)** Prof. M.Trubian **a.a. 2004/05**
**Prima prova in itinere** 17/11/04

**Nome studente:** ..................................................... **Matricola:**......………......

| Esercizio | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Punteggio massimo | 8 | 4 | 4 | 4 | 6 | 7 |
| Valutazione | | | | | | |

**[1]** E’ dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\max\ z = x_1 + 2x_2$$
$$(\mathrm{I})\quad x_1 + x_2 \le 12$$
$$(\mathrm{II})\quad x_2 \le 5$$
$$(\mathrm{III})\quad x_1 + 2x_2 \ge 6$$
$$(\mathrm{IV})\quad x_1 - 2x_2 \le 6$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$


2.1 Si disegni la regine ammissibile del problema. Si evidenzi il vertice ottimo per via grafica e si riporti il valore di *z* e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto o surplus, in corrispondenza della soluzione ottima.

$z$ =_________; $x_1$ =_______; $x_2$ =_______; $x_3$ =_______; $x_4$ =_______; $x_5$ =_______; $x_6$ =_______;
(Le variabili da $x_3$ a $x_6$ sono quelle di scarto o surplus)

2.2 Da quali variabili è composta la base associata al vertice dato dall'intersezione del vincolo (III) con l'asse delle $x_2$? Base_________________________

2.3 Si ricavi, per via grafica, per quali valori di $b_1$ (ora pari a 12) la **composizione** della base ottima non cambia. __________ $\le b_1 \le$ __________

**[2]** Si applichi al seguente problema di programmazione lineare la prima fase dell’algoritmo del simplesso

max $z = x_1 - 2x_2$

soggetto a:

$$x_2 \ge 2$$
$$-x_1 + 2x_2 \le 10$$
$$x_1 - x_2 \le 3$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |

Tableau alla fine della prima fase

**[3]** Dato il seguente tableau ottimo si aggiunga ad esso il vincolo $x_1 - x_2 + 2x_3 \le 10$ e si risolva il problema così ottenuto

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 3 | 0 | 10 | –10 |
| 0 | –1 | 1 | 1 | 6 |
| 1 | 4 | 0 | 3 | 4 |

Tableau ottimo

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |

Tableau riottimizzato

**[4]** Si riporti il duale del seguente problema di programmazione lineare (senza operare preventivamente trasformazioni sul primale)

Duale

max $z = x_1 - 2x_2$

soggetto a:

$4x_1 - x_2 \leq 0$

$x_1 + x_2 = 3$

$2x_1 + x_2 \geq 4$

$x_1 - x_2 \leq 8$

$x_1 \geq 0, \; x_2 \leq 0$

**[5]** Si risolva mediante gli scarti complementari il duale del problema dell'esercizio **[1]**.

**[6]** Dato il seguente problema di programmazione lineare lo si ponga in forma canonica rispetto alla base formata dalle variabili $x_1$ e $x_2$. L'inversa della base è data dalla matrice $B^{-1} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

max $z = 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 2x_4$

soggetto a:

$x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 4$

$-x_1 - x_3 - 3x_4 = -3$

$x_i \geq 0, \; i=1,\dots,4$