FONDAMENTI DI RICERCA OPERATIVA

Prof. M.Trubian **a.a. 2004/05** Appello del 16/02/05

Nome studente: .... **Matricola:**......…………......

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Punteggio massimo	4	7	4	6	6	6
Valutazione						

[1] E' dato un grafo non orientato $G=(V,E_1\cup E_2)$, dove ad ogni arco $e\in E = E_1\cup E_2$ ha associato un costo non negativo c_e, e dove gli archi in E_1 ed E_2 sono colorati di rosso e di nero, rispettivamente. Si fornisca un modello di programmazione lineare intera per il problema di determinare in G l'albero di copertura di peso minimo nel quale gli archi rossi sono almeno il doppio degli archi neri.

Variabili e loro significato:

Funzione obiettivo:________________________________

Vincoli:

[2] Si consideri il rilassamento continuo del seguente problema di programmazione lineare intera:

$$\begin{aligned} \max \quad & z = x_1 + 3x_2 \\ (I) \quad & 3x_1 + x_2 \geq 6 \\ (II) \quad & 2x_1 + 2x_2 \leq 11 \\ (III) \quad & 2x_1 + 3x_2 \geq 6 \\ (IV) \quad & -x_1 + 3x_2 \geq 0 \\ & x_1, x_2 \text{ interi non negativi} \end{aligned}$$

a) lo si risolva per via grafica e si riporti il valore di *z* e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto, in corrispondenza della soluzione ottima.

z =________;

x_1 =____; x_2 =____; x_3 =____; x_4 =____; x_5 =____; x_6 =____; (Le variabili da x_3 a x_6 sono di scarto.)

b) Si eliminino dal modello i vincoli non attivi in corrispondenza della soluzione ottima e si ricavi il tableau della forma canonica rispetto alla base ottima del problema ridotto

[3] Si ricavi dalla forma canonica del problema ridotto un taglio di Gomory, lo si introduca nel tableau e si ricavi la nuova soluzione ottima mediante l'applicazione del simplesso duale.

Tableau iniziale, dopo l'introduzione del taglio

Tableau finale

[4] Si formuli il duale, PD, del rilassamento continuo del modello dell'esercizio [2] così com'è.

Duale

Si risolva, riportando i passaggi principali, il problema PD mediante gli scarti complementari a partire dalla soluzione ottima del primale ottenuta risolvendo l'esercizio [2].

Vettore della soluzione duale ottima

y_1 =____; y_2 =____; y_3 =____; y_4 =____; y_5 =____; y_6 =____;

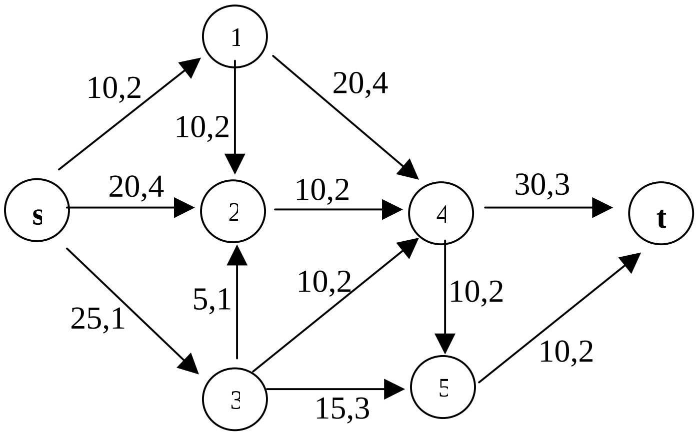
[5] Si risolva mediante un algoritmo di Branch & Bound il problema di zaino che si ottiene dal rilassamento lagrangiano del secondo vincolo del seguente problema, qualora il moltiplicatore duale assuma valore 2.

Rilassamento lagrangiano

$$\max \quad 3x_1 + 2x_2 + 8x_3 + 2x_4 + 4x_5 + 2x_6$$
$$(I) \quad 3x_1 + x_2 + 4x_3 + 4x_4 + 4x_5 + 2x_6 \le 9$$
$$(II) \quad 2x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 + x_5 + 2x_6 \ge 8$$
$$x_i \in \{0,1\}, \text{ per } i = 1,\dots,6$$

Si utilizzi il rilassamento continuo, risolto mediante un opportuno algoritmo. Si riordinino gli indici delle variabili in base all'ordinamento utilizzato per risolvere il rilassamento continuo.
Si adotti una strategia " Depth First " e si esplori per primo il ramo dell'albero di "branching" associato al vincolo x_i = 0, dove la variabile di branching x_i è selezionata in base al livello *i* del nodo.
Si noti inoltre che in ciascun sottoproblema una variabile libera può venir fissata a zero qualora la capacità residua dello zaino sia strettamente minore del suo peso.
Si riporti a fianco l'albero di branching. Per ogni nodo si riportino: il suo numero progressivo, *i* (partendo dal valore 0 del nodo radice), ed il valore UB.

[6] Si consideri la rete sottostante dove i valori sugli archi rappresentano la capacità ed il costo per unità di flusso, rispettivamente:



Si trovi con l'algoritmo di Ford-Fulkerson un *flusso di valore massimo* da **s** a **t** a partire dal flusso ammissibile **da inviare nella prima iterazione** di 10 unità lungo il cammino **s**,1,2,4,5,**t** .
Si riportino tutti i cammini aumentanti come sequenze di nodi ed il corrispondente incremento di flusso:
s -…..
s -…..

Si riporti, sulla figura data, il valore del flusso lungo ciascun arco nella soluzione ottima.
Si riporti il valore del flusso massimo:____________
.
Si trovi una *sezione di capacità minima*: S=(s,) N/S=(t,)

Si ricavi se il flusso massimo è stato inviato a costo minimo o no, motivando la risposta per mezzo della rete incrementale (da completare) qua sotto.