FONDAMENTI DI RICERCA OPERATIVA Prof. M.Trubian **a.a. 2007/08**
Prima prova in itinere: 26/11/07

A

Nome studente: .... **Matricola:**......……….......

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Valore %	0.25	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15
Valutazione						

[1] E' dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$
\begin{array}{ll}
\max z = 2x_1 - x_2 & \\
(\mathrm{I}) & -x_1 + x_2 \le 6 \\
(\mathrm{II}) & -x_1 + 2x_2 \ge 6 \\
(\mathrm{III}) & 2x_1 + x_2 \le 12 \\
 & x_1 \text{ libera}, x_2 \ge 0
\end{array}
$$

1.1 Si disegni **a fianco** la regione ammissibile del problema. Si evidenzi il vertice ottimo per via grafica e si riporti il valore di *z* e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto o surplus, in corrispondenza della soluzione ottima.

z______ x_1______ x_2______ x_3______ x_4______ x_5______

1.2 Si ricavi, per via grafica, per quali valori di b_2 (ora pari a 6) la **composizione** della base ottima non cambia. __________ $\le b_2 \le$ __________

1.3 Si ricavi, per via grafica, per quali valori di c_1 (ora pari a 2) la **composizione** della base ottima non cambia. __________ $\le c_1 \le$ __________

[2] Si risolva mediante gli scarti complementari il duale del problema **[1]**.

[3] Una azienda manifatturiera può produrre *n* prodotti, attraverso *m* fasi di lavorazione. Ciascuna fase è caratterizzata dall'uso di risorse, disponibili in quantità limitata. La massima disponibilità di risorse, per ciascuna fase, è indicata dai valori non negativi $b_1,\ldots,b_m$. Per produrre una unità del prodotto *j*-esimo si utilizzano nella *i*-esima fase a_{ij} unità della *i*-esima risorsa. Agli *n* prodotti sono associati i profitti per unità di prodotto $c_1,\ldots, c_n$. Si ipotizza che tutta la produzione venga venduta. Se l'azienda mette in produzione il *j*-esimo prodotto essa ne produce almeno una quantità minima L_j. Inoltre la produzione del prodotto *k* deve garantire almeno il 15% del profitto complessivo.
Si fornisca un modello di PLI per stabilire quali prodotti produrre ed in quale quantità in modo da massimizzare il profitto complessivo.

[4] Si risolva mediante l'algoritmo del simplesso il seguente problema di PL.

$$\max z = x_1 + 2x_2$$

$$(\mathrm{I}) \qquad x_1 + 2x_2 \geq 6$$

$$(\mathrm{II}) \qquad -2x_1 + x_2 \leq 12$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

[5] Dato il seguente problema di programmazione lineare

$$\begin{array}{ll} \min & x_1 - x_2 - x_3 \\ & 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 3 \\ & 4x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 8 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array}$$

si consideri la base formata dalle variabili x_1 e x_3, nell'ordine.

Si determini il coefficiente di costo ridotto della variabile fuori base x_2. Che cosa si può dedurre da tale valore?

[6] Si enunci e dimostri il teorema di dualità debole.

FONDAMENTI DI RICERCA OPERATIVA Prof. M.Trubian **a.a. 2007/08**
Prima prova in itinere: 26/11/07

B

Nome studente: .... **Matricola:**......………......

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Valore %	0.25	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15
Valutazione						

[1] E' dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\max z = x_1 - 2x_2$$
$$(\mathrm{I}) \qquad -x_1 + 2x_2 \le 4$$
$$(\mathrm{II}) \qquad -2x_1 + x_2 \ge 2$$
$$(\mathrm{III}) \qquad x_1 + 2x_2 \ge -6$$
$$x_1, x_2 \text{ libera}$$

1.1 Si disegni **a fianco** la regione ammissibile del problema. Si evidenzi il vertice ottimo per via grafica e si riporti il valore di *z* e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto o surplus, in corrispondenza della soluzione ottima.

z______ x_1______ x_2______ x_3______ x_4______ x_5______

1.2 Si ricavi, per via grafica, per quali valori di b_1 (ora pari a 4) la **composizione** della base ottima non cambia. __________ $\le b_1 \le$ __________

1.3 Si ricavi, per via grafica, per quali valori di c_1 (ora pari a 1) la **composizione** della base ottima non cambia. __________ $\le c_1 \le$ __________

[2] Si risolva mediante gli scarti complementari il duale del problema **[1]**.

[3] Una azienda deve stabilire dove localizzare un insieme di magazzini all'ingrosso. Indichiamo con N = {1,…, n} l'insieme delle potenziali localizzazioni dei magazzini e con I = {1,…, m} l'insieme dei negozi clienti da rifornire. Rispetto ad un particolare bene di riferimento, un magazzino posto in località $j \in$ N ha capacità u_j e costo di attivazione di c_j unità monetarie. Il negozio cliente $i \in$ I ha una richiesta pari a b_i. Il costo che l'azienda deve sostenere per servire il negozio cliente i dal magazzino posto in località j e' pari ad h_{ij} unità monetarie. Ogni negozio cliente viene servito da un solo magazzino.
Si fornisca un modello di PLI per risolvere il problema dell'azienda in modo da minimizzare i costi complessivi. Come cambia il modello se chiede che ogni magazzino serva almeno un minimo numero K di negozi ?

[4] Si risolva mediante l'algoritmo del simplesso il seguente problema di PL.

$$\max z = x_1 + x_2$$

$$(\mathrm{I}) \qquad x_1 + 2x_2 \leq 4$$

$$(\mathrm{II}) \qquad 2x_1 + x_2 \geq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

[5] Dato il seguente problema di programmazione lineare

$$
\begin{aligned}
\min \quad & 4x_1 - 3x_2 - 6x_3 \\
& 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 5 \\
& 4x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 10 \\
& x_1, x_2, x_3 \geq 0
\end{aligned}
$$

si consideri la base formata dalle variabili x_1 e x_2, nell'ordine.
Si determini il coefficiente di costo ridotto della variabile x_3. Che cosa si può dedurre da tale valore?

[6] Si ricavi per via algebrica l'intervallo di valori che può assumere un termine noto senza che la composizione della base ottima cambi.

FONDAMENTI DI RICERCA OPERATIVA Prof. M.Trubian **a.a. 2007/08**
Prima prova in itinere: 26/11/07

C

Nome studente: .... **Matricola:**......…………......

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Valore %	0.25	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15
Valutazione						

[1] E' dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\begin{array}{ll} \max z = -x_1 + x_2 & \\ (\mathrm{I}) & x_1 + x_2 \geq 1 \\ (\mathrm{II}) & x_1 - x_2 \leq 1 \\ (\mathrm{III}) & x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ & x_1 \text{ libera}, x_2 \geq 0 \end{array}$$

1.1 Si disegni **a fianco** la regione ammissibile del problema. Si evidenzi il vertice ottimo per via grafica e si riporti il valore di z e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto o surplus, in corrispondenza della soluzione ottima.

z______ x_1______ x_2______ x_3______ x_4______ x_5______

1.2 Si ricavi, per via grafica, per quali valori di b_2 (ora pari a 1) la **composizione** della base ottima non cambia. __________ $\leq b_2 \leq$ __________

1.3 Si ricavi, per via grafica, per quali valori di c_1 (ora pari a -1) la **composizione** della base ottima non cambia. __________ $\leq c_1 \leq$ __________

[2] Si risolva mediante gli scarti complementari il duale del problema **[1]**.

[3] In un reparto di una grande ditta metalmeccanica sono presenti *m* macchine identiche. All'inizio della giornata, all'istante t_0 sono note le *n* lavorazioni da effettuare. Ogni lavorazione *j*, con $j=1,\ldots,n$, richiede di essere processata da una qualsiasi delle *m* macchine per un tempo di processamento ininterrotto p_j. Ogni macchina può processare una sola lavorazione alla volta.
Si fornisca un modello di PLI per stabilire come assegnare le lavorazioni alle macchine in modo da minimizzare l'istante di completamento *T* di tutte le lavorazioni. Come cambia il modello se, a causa di un elevato costo di attivazione di ciascuna macchina, si desidera minimizzarne l'uso, nel rispetto però del vincolo di far terminare tutte le lavorazioni entro il termine massimo $t_0 + \Delta t$?

[4] Si risolva mediante l'algoritmo del simplesso il seguente problema di PL.

$$\max\ z = x_1 + x_2$$

$$(\mathrm{I}) \qquad -x_1 + x_2 \geq 1$$

$$(\mathrm{II}) \qquad -x_1 + 2x_2 \leq 6$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

[5] Dato il seguente problema di programmazione lineare

$$
\begin{aligned}
\min \quad & 8x_1 - x_2 - 5x_3 \\
& 3x_1 + x_2 - 5x_3 = 4 \\
& 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 6 \\
& x_1, x_2, x_3 \geq 0
\end{aligned}
$$

si consideri la base formata dalle variabili x_2 e x_3, nell'ordine.
Si determini il coefficiente di costo ridotto della variabile x_1. Che cosa si può dedurre da tale valore?

[6] Si ricavino le condizioni di scarto complementare (condizioni di ortogonalità).

FONDAMENTI DI RICERCA OPERATIVA Prof. M.Trubian **a.a. 2007/08**

Prima prova in itinere: 26/11/07

D

Nome studente: .... **Matricola:**......…………......

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Valore %	0.25	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15
Valutazione						

[1] E' dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\begin{array}{ll} \max z = -x_1 - x_2 & \\ (\mathrm{I}) & -x_1 + x_2 \le 8 \\ (\mathrm{II}) & -x_1 + 2x_2 \ge 4 \\ (\mathrm{III}) & x_1 + 3x_2 \le 6 \\ & x_1, x_2 \text{ libera} \end{array}$$

1.1 Si disegni **a fianco** la regione ammissibile del problema. Si evidenzi il vertice ottimo per via grafica e si riporti il valore di *z* e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto o surplus, in corrispondenza della soluzione ottima.

z______ x_1______ x_2______ x_3______ x_4______ x_5______

1.2 Si ricavi, per via grafica, per quali valori di b_3 (ora pari a 6) la **composizione** della base ottima non cambia. __________ $\le b_3 \le$ __________

1.3 Si ricavi, per via grafica, per quali valori di c_2 (ora pari a -1) la **composizione** della base ottima non cambia. __________ $\le c_2 \le$ __________

[2] Si risolva mediante gli scarti complementari il duale del problema **[1]**.

[3] Una azienda deve definire il piano di produzione di *n* prodotti su un orizzonte temporale di *T* periodi. Per ciascun periodo *t*, con *t*=1,…,*T*, ed ogni prodotto *i*, con *i*=1,…,*n*, conosciamo: la domanda da soddisfare D^i_t , i costi, per unità di prodotto, di produzione c^i_t e di magazzino m^i_t, Inoltre per ciascun prodotto *i* conosciamo la dimensione del lotto minimo di produzione, L^i ed il costo fisso di attrezzaggio *k* (da pagarsi indipendentemente dalla quantità prodotta nel periodo *t*, purché essa sia positiva). La capacità massima di produzione è *C*. Si fornisca un modello di PLI per risolvere il problema dell’azienda.

[4] Si risolva mediante l'algoritmo del simplesso il seguente problema di PL.

$$\max\ z = 2x_1 + x_2$$

$$(\mathrm{I}) \qquad x_1 + x_2 \le 8$$

$$(\mathrm{II}) \qquad x_1 + 2x_2 \ge 4$$

$$x_1, x_2 \ge 0$$

[5] Dato il seguente problema di programmazione lineare

$$\begin{aligned} \min \quad & -4x_1 - 8x_2 + 6x_3 \\ & 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 2 \\ & 4x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 5 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

si consideri la base formata dalle variabili x_1 e x_3, nell'ordine.

Si determini il coefficiente di costo ridotto della variabile x_2. Che cosa si può dedurre da tale valore?

[6] Dato un problema di minimo in forma standard $\min\{\underline{\boldsymbol{c}}^T\underline{\boldsymbol{x}} \mid A\underline{\boldsymbol{x}} = \underline{\boldsymbol{b}}, \underline{\boldsymbol{x}} \geq \underline{\mathbf{0}}\}$ lo si ponga in forma canonica rispetto alla matrice di base B, e si discutano le condizioni di ottimalità rispetto alla base indicata.