FONDAMENTI DI RICERCA OPERATIVA Prof. M.Trubian **a.a. 2005/06**

Appello 14/06/06

Nome studente: .... **Matricola:**......…………......

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Punteggio massimo	4	7	5	4	6	6
Valutazione						

[1] E' dato un grafo orientato $G=(V,A)$ con costi c_{ij}, $\forall\ (i,j)\in A$, sugli archi e *premi* non negativi $p_i, \forall\ i\in V$, sui vertici. Si fornisca un modello di programmazione lineare intera per il problema di determinare in G un insieme di cicli disgiunti sui nodi che renda minima la differenza fra il costo dei cicli (come somma del costo degli archi attraversati) ed il premio raccolto (come somma dei premi dei nodi attraversati).

[2] E' dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$
\begin{array}{ll}
\max z = x_1 - 3x_2 & \\
(\mathrm{I}) & x_1 + x_2 \le 7 \\
(\mathrm{II}) & x_2 \le 5 \\
(\mathrm{III}) & x_1 + 2x_2 \ge 2 \\
(\mathrm{IV}) & x_1 - x_2 \le 0 \\
& x_1, x_2 \ge 0
\end{array}
$$

2.1 Si disegni la regine ammissibile del problema. Si evidenzi il vertice ottimo per via grafica e si riporti il valore di z e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto o surplus, in corrispondenza della soluzione ottima.

2.2 Si ricavi, per via grafica, per quali valori di b_4 (ora pari a 0) la **<u>composizione</u>** della base ottima non cambia. _________ $\le b_4 \le$ _________

2.3 Si ponga il problema in forma standard

[3] Si risolva mediante gli scarti complementari il duale del problema dell'esercizio **[2]**. Si riporti il modello duale, la soluzione ottima del duale e il sistema che è stato risolto per ricavare la soluzione ottima del duale.

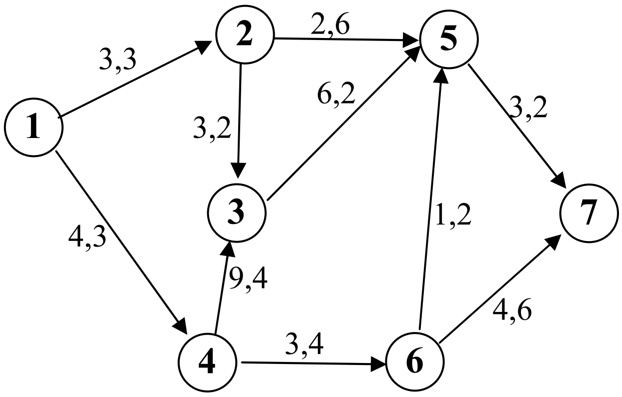
[4] Si risolva mediante l'algoritmo del simplesso il seguente problema di PL.

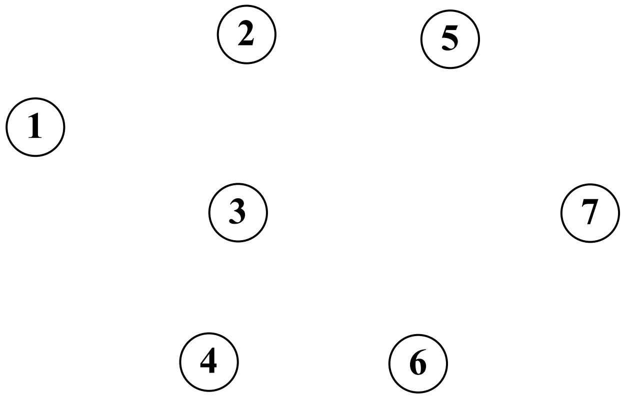
$$
\begin{array}{ll}
\max z = x_1 + 2x_2 & \\
(\mathrm{I}) & 2x_1 + x_2 \geq 1 \\
(\mathrm{II}) & -x_1 + 2x_2 \leq 4 \\
 & x_1, \quad x_2 \geq 0
\end{array}
$$

[5] Si risolva mediante un algoritmo di Branch & Bound il problema di zaino definito dai seguenti dati
Profitti, $(p_j) = (6, 8, 3,6,9)$
Pesi, $(w_j) = (2,3,3,5,8)$ Capacità, $b = 11$

Si utilizzi come rilassamento quello lineare (Dantzig). Si adotti una strategia "Depth First " e si esplori per primo, ad ogni livello, il ramo dell'albero di "branching" associato al vincolo $\boldsymbol{x}_{\mathbf{i}} = 0$, dove la variabile di branching $\boldsymbol{x}_{\mathbf{i}}$ è quella che assume un valore frazionario nel rilassamento lineare. Si noti inoltre che una variabile libera può venir fissata a zero qualora la capacità ***residua*** dello zaino sia strettamente minore del suo peso.
Come LB si usi la *miglior* soluzione intera data dalla somma dei profitti degli oggetti che è stato possibile inserire nello zaino durante il calcolo dell'UB. Si riporti a fianco l'albero di branching. Per ogni nodo si riportino: il suo numero progressivo, *i* (partendo dal valore 0 del nodo radice), ed il valore UB.

[6] Si risolva mediante l'algoritmo di Ford Fulkerson il problema di determinare un *flusso di valore massimo* da **1** a **7** nella rete di sinistra in cui i valori sugli gli archi rappresentano la capacità superiore ed il costo unitario, rispettivamente:





6.1 Si riportino tutti i cammini aumentanti come sequenze di nodi ed il corrispondente incremento di flusso.
6.2 Si riporti il valore del flusso massimo e, nella rete di sinistra, il valore del flusso finale lungo ciascun arco.
6.3 Si evidenzi nella rete il *taglio di capacità minima*. Individuato dall'algoritmo di Ford Fulkerson.
6.4 Si determini se il flusso massimo è stato inviato a costo minimo o no, motivando la risposta per mezzo della rete incrementale (da completare) di destra.