

Nome studente: .....

Matricola: .....

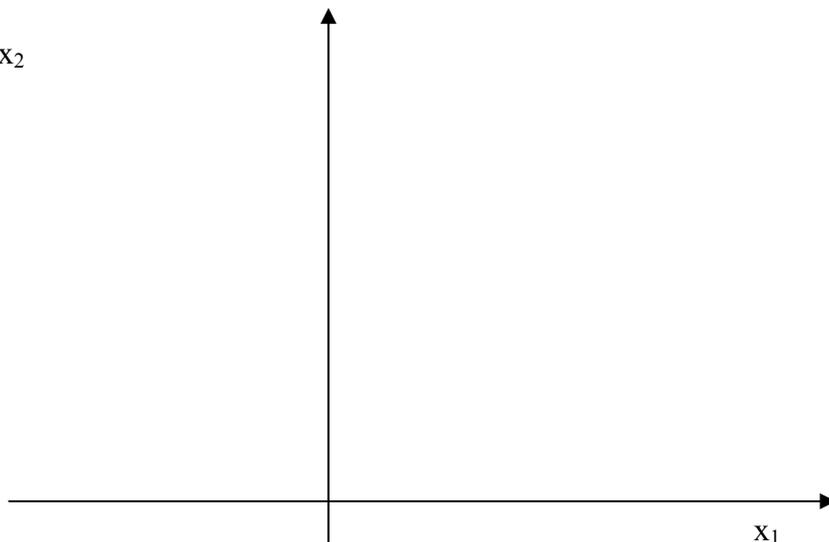
Esercizio	1	2	3	4	5	6
Punteggio massimo	4	7	5	6	4	6
Valutazione						

[1] E' dato un grafo orientato  $G=(V,A)$  con costi  $c_{ij}, \forall (i,j) \in A$ , sugli archi e premi non negativi  $p_i, \forall i \in V$ , sui vertici. Si fornisca un modello di programmazione lineare intera per il problema di determinare in  $G$  un cammino dal nodo  $s \in V$  al nodo  $t \in V$  che renda minima la differenza fra il costo del cammino (come somma del costo degli archi attraversati) ed il premio raccolto (come somma dei premi dei nodi attraversati). Come cambia il modello se si chiede di trovare il cammino di costo minimo tale che il premio raccolto sia almeno pari ad un valore,  $W > 0$ , dato ?

[2] E' dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\begin{aligned} \text{min } z &= x_1 + x_2 && x_2 \\ \text{( I ) } & -x_1 + 3x_2 \leq 15 \\ \text{( II ) } & 2x_1 - x_2 \leq 2 \\ \text{( III ) } & -2x_1 - x_2 \leq 2 \\ & x_1 \text{ libera in segno,} \\ & x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

2.1 Si disegni la regione ammissibile del problema. Si evidenzi il vertice ottimo per via grafica e si riporti il valore di  $z$  e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto o surplus, in corrispondenza della soluzione ottima.



$z = \underline{\hspace{2cm}}$ ;  $x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ;  $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ;  $x_3 = \underline{\hspace{2cm}}$ ;  $x_4 = \underline{\hspace{2cm}}$ ;  $x_5 = \underline{\hspace{2cm}}$ ;  
 (Le variabili da  $x_3$  a  $x_5$  sono quelle di scarto o surplus)

2.2 Si ricavi, per via grafica, per quali valori di  $b_3$  (ora pari a 2) la **composizione** della base ottima non cambia.  $\underline{\hspace{2cm}} \leq b_3 \leq \underline{\hspace{2cm}}$

2.3 Si ponga il problema in forma standard

**[3]** Si risolva mediante gli scarti complementari il duale del problema dell'esercizio **[2]**. Si riporti il modello duale, la soluzione ottima del duale e il sistema che è stato risolto per ricavare la soluzione ottima del duale.

**[4]** Si risolva mediante il metodo dei tagli di Gomory il seguente problema di PLI. Gli eventuali tagli vanno trovati a partire dal primo vincolo al quale corrisponda una variabile frazionaria in base. Si disegni la regione ammissibile del problema (si veda esercizio [2]) ed i tagli che vengono generati.

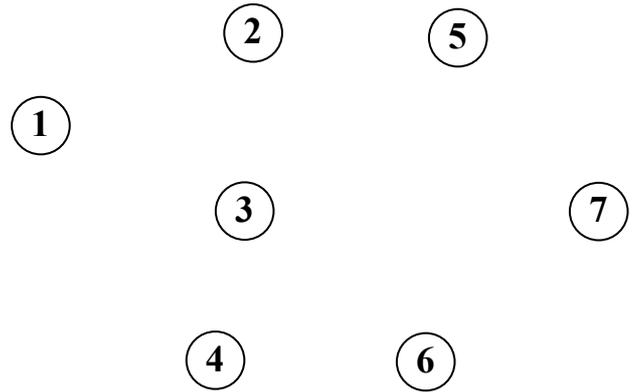
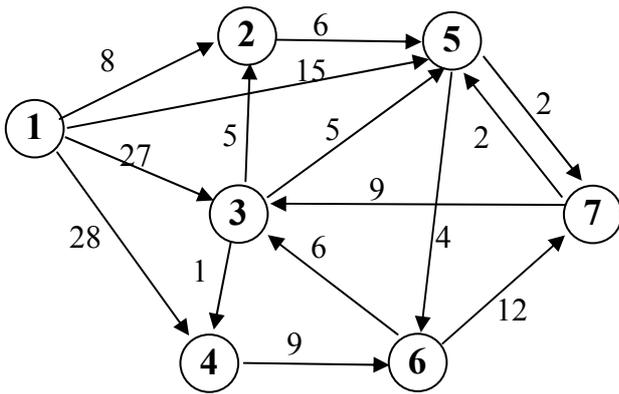
$$\text{max } z = x_1 + x_2$$

$$(I) \quad -x_1 + 3x_2 \leq 15$$

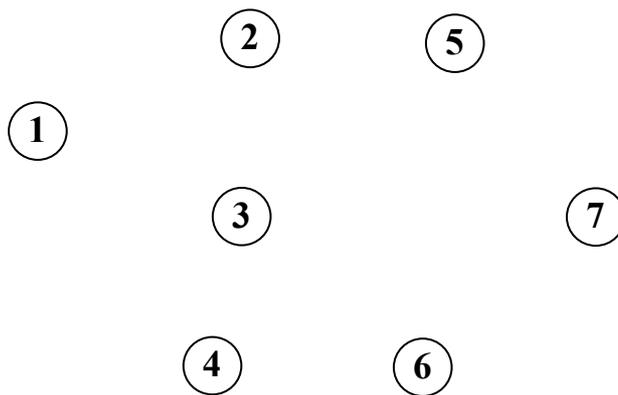
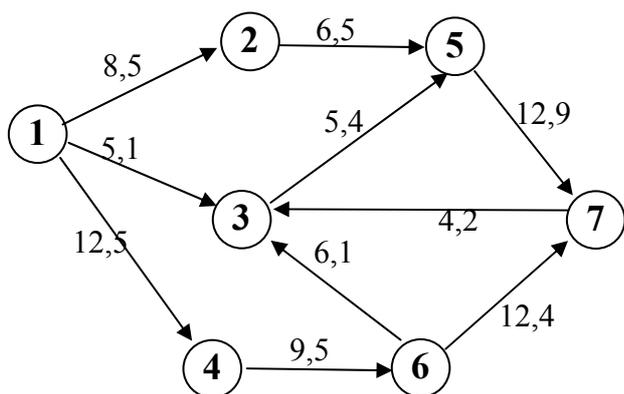
$$(II) \quad 2x_1 - x_2 \leq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

[5] Si determinino i cammini minimi dal nodo 1 a tutti gli altri nodi nel grafo orientato di sinistra. Si riportino nel grafo di destra i soli archi appartenenti ai cammini minimi.



[6] Nella rete di sinistra i valori sugli gli archi rappresentano, rispettivamente, la capacità superiore ed il flusso attualmente inviato dal nodo 1 al nodo 7. Si determini il flusso massimo e si disegni a destra la rete incrementale corrispondente.



6.1 Qualora il costo unitario di flusso coincida con la capacità di ciascun arco si determini se il flusso massimo è stato inviato a costo minimo o no, motivando la risposta.