1. E' dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\max z = 3X_1 + X_2 + X_3$$
$$X_1 + X_2 + 2X_3 \le 5$$
$$X_2 \le 4$$
$$2X_1 - X_2 - X_3 \ge -2$$

$$X_1 \le 0,$$
$$X_2 \ge 0,$$
$$X_3 \text{ libera}$$

Lo si ponga in forma standard.

2. E' dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\begin{aligned} &\max \quad z = x_1 + x_2 \\ &(I) \quad x_1 + x_2 \ge 16 \\ &(II) \quad -x_1 + 3x_2 \le 32 \\ &(III) \quad 5x_1 + x_2 \le 64 \\ &(IV) \quad x_1 - x_2 \le 2 \\ &\qquad x_1, x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

a) Si disegni la regione amissibile nel piano (x1,x2).
b) Si identifichino i vertici della regione.
c) Si trovi il vertice ottimo, per via grafica.
d) Si determini il valore di *z* e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto, in corrispondenza della soluzione ottima.
e) Per ciascuna base ammissibile si dica da quali variabili essa è formata.
f) Si dica, per via grafica, per quali variazioni di b_3 (ora pari a 64) la composizione della base ottima non cambia.

3. Dato il seguente problema di programmazione lineare

$$\begin{aligned} \max \quad & 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 2x_4 \\ & 3x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 4 \\ & 4x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 6 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \ge 0 \end{aligned}$$

si consideri la base formata dalle variabili x_1 e x_2, nell'ordine. Le variabili fuori base sono x_3 e x_4, nell'ordine.

Sia $B^{-1} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$.

a) Si ricavi il vettore delle variabili di base, x_B. La base è ammissibile ?

b) Si ricavi il vettore dei coefficienti di costo ridotto delle variabili fuori base , $\tilde{c}_N$. La base è ottima ?

c) Il problema è illimitato? (Giustificare)

4. Dato il seguente problema di programmazione lineare

$$\begin{aligned} \max \quad & 4x_1 + x_2 \\ & x_1 - x_2 \le 1 \\ & 2x_1 + x_2 \le 8 \\ & x_1, x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

lo si risolva mediante l'algoritmo del simplesso.