E' dato il problema

$$
\begin{array}{lll}
\max & x1 + 2\,x2 & \\
\text{s.a.} & x1 + x2 & \geq 1 \\
 & 4\,x1 - x2 & \leq 8 \\
 & -x1 + 4\,x2 & \leq 8 \\
 & x1 + x2 & \leq 3 \\
 & x1,\, x2 \geq 0 &
\end{array}
$$

- Disegnare la regione di ammissibilità, evidenziandola.

- Risolvere graficamente il problema.

- Formulare il problema duale.

- Effettuare l'analisi di sensitività nel problema primale in funzione del termine noto b4, indicando in figura i vertici soluzione ottima ed il relativo valore della funzione obiettivo al variare del vincolo corrispondente.

- Nell'analisi di sensitività effettuata sul problema primale, in quale vertice accade che esce di base la variabile x1 ed entra in base la variabile di slack s3 (corrispondente al terzo vincolo)?

Si consideri il seguente problema di programmazione lineare continua:

$$
\begin{array}{ll}
\max & 8x_1 - 16x_2 + 2x_3 \\
s.\,a & 3x_1 - 2x_2 - x_3 \leq 3 \\
 & x_1 - 4x_2 + 2x_3 \leq 8 \\
 & x_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3
\end{array}
$$

Si formuli il duale di tale problema e lo si risolva graficamente, evidenziando il valore ottimo della funzione obiettivo e delle variabili duali. Sulla base dei risultati ottenuti nel problema duale, si determinino anche il valore ottimo e le soluzioni ottime del problema primale.

Si consideri il seguente problema di programmazione lineare continua:

$$
\begin{aligned}
\max \quad & x+y \\
s.\,a \quad & 3x+\ y \le 15 \\
& x+5y \le 20 \\
& 2x+y \le 5 \\
& x, y \ge 0
\end{aligned}
$$

Lo si risolva graficamente, evidenziando il valore ottimo della funzione obiettivo e di tutte le variabili. Si determini l'intervallo di variabilità del termine noto del primo vincolo che non modifica la composizione della base ottima.

Si consideri il seguente problema di programmazione lineare continua:

$$
\begin{aligned}
\max \quad & 3x_1+2x_2-x_3 \\
s.\,a \quad & 4x_1+x_2+x_3 \le 6 \\
& 14x_1-2x_2-2x_3 \le 2 \\
& 3x_1-6x_2+3x_3 = 9 \\
& x_i \ge 0 \quad i=1,\,2
\end{aligned}
$$

Lo si risolva graficamente, evidenziando il valore ottimo della funzione obiettivo e di tutte le variabili.

Si consideri il seguente problema di programmazione lineare continua:

$$
\begin{aligned}
\max \quad & 3x_1+2x_2 \\
s.\,a \quad & 2x_1+x_2 \le 4 \\
& -2x_1+x_2 \le 2 \\
& x_1-x_2 \le 1 \\
& x_i \ge 0 \quad i=1,\,2
\end{aligned}
$$

1. Lo si risolva graficamente, evidenziando il valore ottimo della funzione obiettivo e di tutte le variabili.
2. Si determinino le basi associate a tutti i vertici.
3. Si indichi la successione delle basi visitate dall'algoritmo del simplesso scegliendo x_1 come prima variabile entrante.
4. Si determini per quali valori del termine noto del primo vincolo la composizione della base ottima non cambia.
5. Si determini per quali valori del termine noto del secondo vincolo la regione ammissibile è vuota.
6. Si determini per quali valori del coefficiente di costo della variabile x_1 la soluzione ottima è multipla.

7. Si determini il valore dei coefficienti di costo ridotto delle soluzioni di base associate ai vertici dati dall'intersezione del primo e terzo vincolo.

Si consideri il seguente problema di programmazione lineare continua:

$$
\begin{aligned}
\max \quad & 3x_1 + x_2 \\
s.\,a \quad & 3x_1 + 2x_2 \le 18 \\
& x_1 + x_2 \le 8 \\
& x_2 \le 6 \\
& x_i \ge 0 \quad i = 1, 2
\end{aligned}
$$

1. Lo si risolva graficamente, evidenziando il valore ottimo della funzione obiettivo e di tutte le variabili.
2. Lo si risolva mediante l'algoritmo del simplesso scegliendo x_2 come prima variabile entrante.

Si consideri il seguente problema di programmazione lineare continua:

$$
\begin{aligned}
\max \quad & 4x_1 + 8x_2 \\
s.\,a \quad & 2x_2 \le 1 \\
& x_1 + 2x_2 \le 2 \\
& x_i \ge 0 \quad i = 1, 2
\end{aligned}
$$

1. Lo si risolva graficamente, evidenziando il valore ottimo della funzione obiettivo e di tutte le variabili.
2. Lo si risolva mediante l'algoritmo del simplesso.

Si consideri il seguente problema di programmazione lineare continua:

$$
\begin{aligned}
\max \quad & x_1 + x_2 \\
s.\,a \quad & x_2 \ge 1 \\
& x_1 - 2x_2 \le 0 \\
& x_1 - x_2 \ge -3 \\
& x_i \ge 0 \quad i = 1, 2
\end{aligned}
$$

1. Lo si risolva graficamente, evidenziando il valore ottimo della funzione obiettivo e di tutte le variabili.
2. Lo si risolva mediante il metodo due fasi dell'algoritmo del simplesso.

Si consideri il seguente problema di programmazione lineare continua:

$$
\begin{aligned}
\min \quad & -y_1 + 3y_3 \\
s.\,a \quad & \qquad y_2 - y_3 \geq 1 \\
& -y_1 - 2y_2 + y_3 \geq 1 \\
& y_i \geq 0 \quad i = 1,\, 2, 3
\end{aligned}
$$

1. Lo si risolva mediante il metodo due fasi dell’algoritmo del simplesso.