FONDAMENTI DI RICERCA OPERATIVA (turno unico) Prof. M.Trubian **a.a. 2009/10**
Appello del 27/07/10

Nome studente: .... **Matricola:**......……….......

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Punteggio massimo	7	4	5	4	6	6
Valutazione						

[1] E' dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\begin{array}{lll} & \min z = -x_1 + x_2 & \\ (\mathrm{I}) & x_1 + x_2 \le 5 & \\ (\mathrm{II}) & -x_1 + x_2 \ge -5 & \\ (\mathrm{III}) & 2x_1 + x_2 \ge 2 & \\ (\mathrm{IV}) & x_1 \le 4 & \\ & x_1 \ge 0,\ x_2 \text{ libera} & \end{array}$$

1.1 Si disegni la regione ammissibile del problema. Si evidenzi il vertice ottimo per via grafica e si riporti il valore di *z* e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto o surplus, in corrispondenza della soluzione ottima.

z =_________; x_1 =_______; x_2 =_______; x_3 =_______; x_4 =_______; x_5 =_______; x_6 =_______.
(Le variabili da x_3 a x_6 sono quelle di scarto o surplus)

1.2 Si ricavi, per via grafica, per quali valori di c_2 (ora pari a 1) la **composizione** della base ottima non cambia. __________ $\le c_2 \le$ __________

[2] Si formuli il duale del problema dell'esercizio **[1].** Si verifichi mediante gli scarti complementari che la soluzione primale $\underline{\boldsymbol{x}}$=(4,1,0,2,7,0) non è ottima. Si riportino il modello duale, le corrispondenze di scarto complementare, il sistema risolto per ricavare la soluzione duale corrispondente alla soluzione $\underline{\boldsymbol{x}}$ e le ragioni (legate alle proprietà di dualità) per le quali $\underline{\boldsymbol{x}}$ non è ottima.

[3] Una azienda deve definire il piano di produzione di n prodotti su un orizzonte temporale di T periodi. Per ciascun periodo t, con t=1,…,T, ed ogni prodotto i, con i=1,…,n, conosciamo: la domanda da soddisfare D^i_t , i costi di produzione c^i_t e di magazzino m^i_t, per unità di prodotto. La capacità massima di produzione in ciascun periodo è C_t, con t=1,…,T. Si fornisca un modello di PL per risolvere il problema dell'azienda con l'obiettivo di minimizzare i costi di produzione e di magazzino, soddisfacendo al contempo la domanda. Come cambia il modello se per ciascun prodotto i conosciamo la dimensione del lotto minimo di produzione, L^i ? (suggerimento: il modello diventa di PLI).

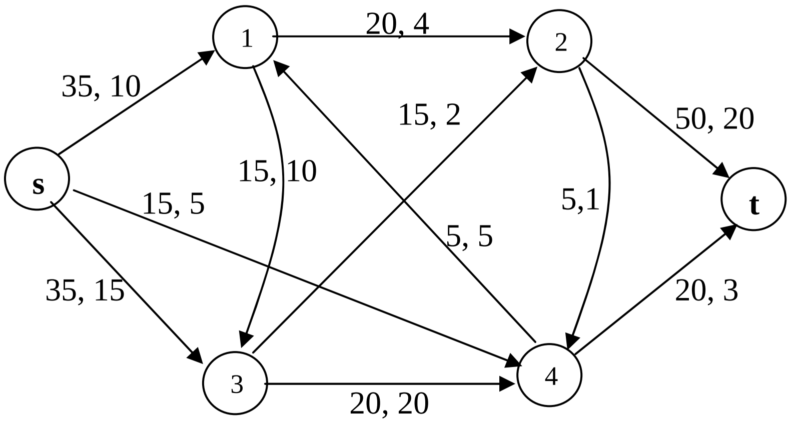
[4] Si risolva mediante l'algoritmo del simplesso il seguente problema di PL.

$$\begin{array}{lrl} & \min z = x_2 & \\ (\mathrm{I}) & x_1 + x_2 & \geq 4 \\ (\mathrm{II}) & x_1 - x_2 & \leq 1 \\ (\mathrm{III}) & x_1 & \geq 1 \\ & x_1, \quad x_2 & \geq 0 \end{array}$$

[5] Si risolva mediante un algoritmo di Branch & Bound il problema di zaino definito dai seguenti dati
Profitti, (p_j) = (20, 22, 10,15,24)
Pesi, (w_j) = (5,6,4,3,7) Capacità, b = 12

Si utilizzi come rilassamento quello lineare, risolto mediante un opportuno algoritmo. Si adotti una strategia "Depth First " e si esplori per primo, ad ogni livello, il ramo dell'albero di "branching" associato al vincolo x_i = 0, dove la variabile di branching x_i è quella che assume un valore frazionario nel rilassamento lineare. Si noti inoltre che una variabile libera può venir fissata a zero qualora la capacità ***residua*** dello zaino sia strettamente minore del suo peso.
Come LB si usi la *miglior* soluzione intera data dalla somma dei profitti degli oggetti che è stato possibile inserire nello zaino durante il calcolo dell'UB. Si riporti a fianco l'albero di branching. Per ogni nodo si riportino: il suo numero progressivo, *i* (partendo dal valore 0 del nodo radice), ed il valore UB.

[6] Si consideri la rete sottostante in cui i valori sugli archi rappresentano le loro capacità:



Si trovi con l'algoritmo di Ford-Fulkerson un flusso di valore massimo da s a t a partire dal flusso ammissibile, **da inviare nella prima iterazione**, di 5 unità lungo il cammino s,1,2,4,t .

Si riportino tutti i cammini aumentanti, come sequenze di nodi, ed il corrispondente incremento di flusso:

Si riporti, sulla figura data, il valore del flusso lungo ciascun arco nella soluzione ottima.

Si riporti il valore del flusso massimo:_____________

Si riporti il taglio di capacità minima individuato con l'algoritmo di Ford-Fulkerson:

S=(s,) N/S=(t,)

Si dica se il flusso è stato inviato a costo minimo e lo si reinstrada almeno una volta se necessario.

Si riporti il modello di programmazione lineare del problema affrontato.