FONDAMENTI DI RICERCA OPERATIVA (turno unico) Prof. M.Trubian **a.a. 2006/07**
Appello del 27/07/07

Nome studente: .... **Matricola:**......……….......

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Punteggio massimo	7	5	5	5	5	6
Valutazione						

[1] E' dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$
\begin{array}{lr}
\min z = x_2 & \\
(\mathrm{I}) & x_1 + x_2 \le 5 \\
(\mathrm{II}) & -x_1 + x_2 \ge 0 \\
(\mathrm{III}) & 2x_1 + x_2 \ge 2 \\
(\mathrm{IV}) & x_2 \le 4 \\
 & x_1, x_2 \ge 0
\end{array}
$$

1.1 Si disegni la regione ammissibile del problema. Si evidenzi il vertice ottimo per via grafica e si riporti il valore di z e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto o surplus, in corrispondenza della soluzione ottima.

z =_________; x_1 =_______; x_2 =_______; x_3 =_______; x_4 =_______; x_5 =_______; x_6 =_______.
(Le variabili da x_3 a x_6 sono quelle di scarto o surplus)

1.2 Si ricavi, per via grafica, per quali valori di b_2 (ora pari a 0) la **composizione** della base ottima non cambia. __________ $\le b_2 \le$ __________

[2] Si formuli il duale del problema dell'esercizio **[1].** Si verifichi mediante gli scarti complementari che la soluzione primale $\underline{\boldsymbol{x}}$=(1,4,0,3,4,0) non è ottima. Si riportino il modello duale, le corrispondenze di scarto complementare, il sistema risolto per ricavare la soluzione duale corrispondente alla soluzione $\underline{\boldsymbol{x}}$ e le ragioni (legate alle proprietà di dualità) per le quali $\underline{\boldsymbol{x}}$ non è ottima.

[3] E' dato un grafo orientato $G=(V,A)$ con costi non negativi sugli archi, $c_a \geq 0$, $\forall\ a \in A$. Si fornisca un modello di programmazione lineare intera per il problema di determinare in G due cicli, C_1 e C_2, di costo complessivo minimo, tali che ogni vertice $v \in V$ appartenga o a C_1 o a C_2 ma non a entrambi. Il costo di ciascun ciclo è dato dalla somma dei costi degli archi che lo compongono. Come cambia il modello se chiediamo che nessun ciclo contenga più di 2/3 degli archi scelti?

[4] Si risolva mediante il metodo dei piani di taglio (utilizzando i tagli di Gomory) il seguente problema di programmazione lineare a numeri interi.

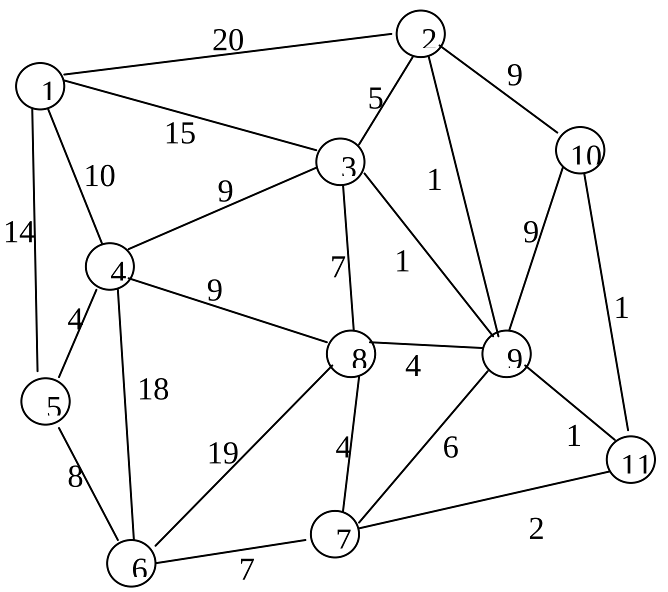
$$\max z = x_2$$

$$(\mathrm{I}) \quad x_1 + x_2 \leq 5$$

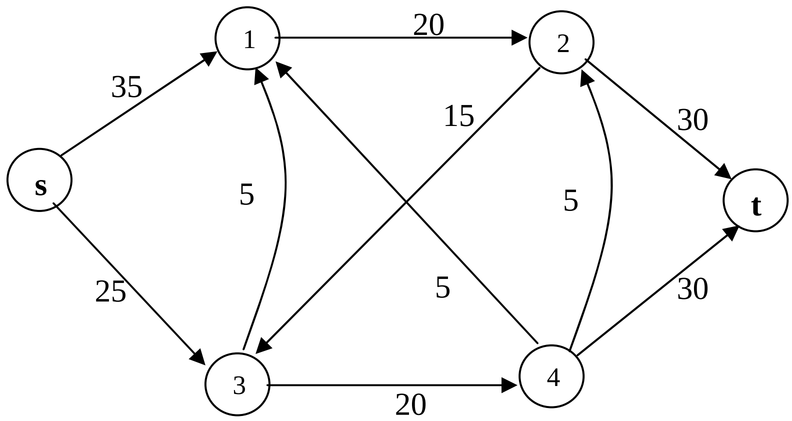
$$(\mathrm{II}) \quad -x_1 + x_2 \leq 0$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \text{ intere}$$

[5] Si risolva mediante l'algoritmo di Kruskal il problema di determinare l'albero ricoprente di costo minimo nel grafo sotto riportato. Si evidenzino gli archi scelti e, mediante un valore riportato lungo l'arco, l'ordine con il quale sono stati inseriti nella soluzione. Si riporti a fianco il modello di programmazione lineare intera del problema affrontato.



[6] Si consideri la rete sottostante in cui i valori sugli archi rappresentano le loro capacità:



Si trovi con l'algoritmo di Ford-Fulkerson un flusso di valore massimo da s a t a partire dal flusso ammissibile di valore 10, **da inviare nelle prime due iterazioni**, di 5 unità lungo il cammino s,3,1,2,3,4,t e di 5 unità lungo il cammino s,3,4,1,2,t.

Si riportino tutti i cammini aumentanti, come sequenze di nodi, ed il corrispondente incremento di flusso:

Si riporti, sulla figura data, il valore del flusso lungo ciascun arco nella soluzione ottima.

Si riporti il valore del flusso massimo:____________

Si riporti il taglio di capacità minima individuato con l'algoritmo di Ford-Fulkerson:

S=(s,) N/S=(t,)

Si riportino i soli vincoli di bilancio del modello di programmazione lineare del problema affrontato.