FONDAMENTI DI RICERCA OPERATIVA Prof. M.Trubian a.a. 2008/09
Appello 27/01/09

Nome studente: .... Matricola:......…………......

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Punteggio massimo	7	5	4	6	4	6
Valutazione						

[1] E’ dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$
\begin{array}{lrl}
 & \max z = & x_1 - 2x_2 \\
(\mathrm{I}) & x_1 + x_2 & \le 5 \\
(\mathrm{II}) & x_1 - x_2 & \ge 0 \\
(\mathrm{III}) & 2x_1 + x_2 & \ge 2 \\
(\mathrm{IV}) & x_1 & \le 4 \\
 & x_1 \ge 0, & x_2 \ \textit{libera}
\end{array}
$$

1.1 Si disegni la regione ammissibile del problema. Si evidenzi il vertice ottimo per via grafica e si riporti il valore di *z* e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto o surplus, in corrispondenza della soluzione ottima.

z =_________; x_1 =_______; x_2 =_______; x_3 =_______; x_4 =_______; x_5 =_______; x_6 =_______;
(Le variabili da x_3 a x_6 sono quelle di scarto o surplus)

1.2 Si ricavi, per via grafica, per quali valori di b_4 (ora pari a 4) la **composizione** della base ottima non cambia. __________ $\le b_4 \le$ __________

1.3 Si ricavi, per via grafica, per quali valori di c_1 (ora pari a 1) la **composizione** della base ottima non cambia. __________ $\le c_1 \le$ __________

[2] Si risolva mediante gli scarti complementari il duale del problema dell'esercizio **[1]**.

[3] E' data una rete di flusso $G=(V,A)$ con costi non negativi, $c_{i,j}$, e capacità, $k_{i,j}$, sugli archi, con $(i,j) \in A$. Sono dati due nodi s e t di V, due insiemi non vuoti di nodi B e $C \subset V$, con $B \cap C = \emptyset$, con $s,t \notin B \cup C$, e un intero non negativo K. Si fornisca un modello di programmazione lineare intera per il problema di determinare in G un flusso massimo da s a t di costo minimo, tale che il flusso uscente da ogni nodo di B sia non maggiore di K ed il flusso entrante in ogni nodo di C sia almeno pari a K.

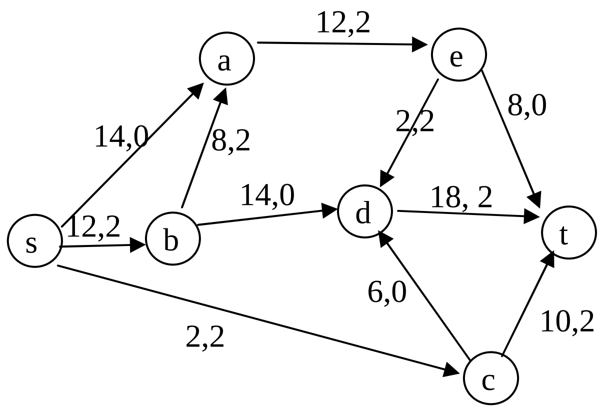
[4] Dato il seguente problema di programmazione lineare intera

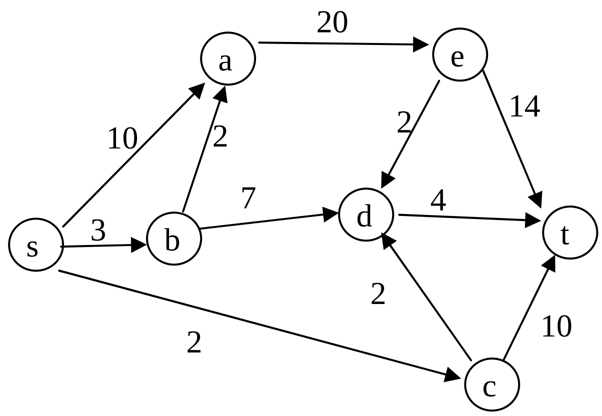
$$\max\ z = x_1 + 3x_2$$
$$2x_1 + 4x_2 \leq 15$$
$$-x_1 + 2x_2 \leq 4$$
$$x_1, x_2 \geq 0 \text{ intere}$$

lo si risolva mediante il metodo dei tagli di Gomory. Ci si limiti all'introduzione di un solo taglio e relativa riottimizzazione del tableau. Si disegni il taglio introdotto nella regione ammissibile.

[5] Si enunci e dimostri il teorema di dualità debole.

[6] Si consideri il grafo orientato di sinistra in cui i valori sugli gli archi rappresentano, rispettivamente, la capacità superiore ed il flusso iniziale già inviato da s a t:





4.1 Si trovi poi con l'algoritmo di Ford-Fulkerson un *flusso di valore massimo* da **s** a **t**.
Si riportino i cammini aumentanti come sequenze di nodi ed il relativo incremento di flusso.
Si riporti il valore del flusso massimo.
4.2 Si trovi il *taglio di capacità minima* individuato dall'algoritmo di Ford-Fulkerson
4.3 Utilizzando il grafo orientato di destra, in cui i valori sugli gli archi rappresentano il costo unitario, si dica se il flusso massimo trovato è stato inviato a costo minimo e se necessario lo si reinstradi al più una volta calcolando il risparmio ottenuto.

Cammini aumentanti:
s -…..
s -…..
…

Sezione di capacità minima

S=(s,)

Flusso massimo:____________