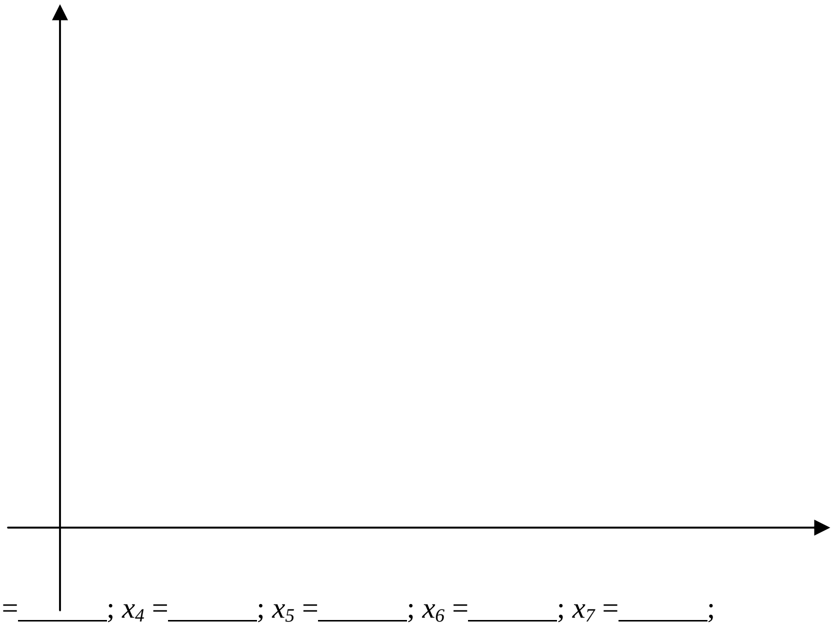
FONDAMENTI DI RICERCA OPERATIVA (turno unico) Prof. M.Trubian **a.a. 2009/10**
Appello 26/01/10

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Punteggio massimo	6	4	6	5	6	6
Valutazione						

[1] E' dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\begin{array}{ll} \min z = x_1 & \\ (I) & x_1 + x_2 \geq 3 \\ (II) & -x_1 + 3x_2 \leq 6 \\ (III) & -2x_1 + x_2 \leq -1 \\ (IV) & 4x_1 - x_2 \leq 20 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$



2.1 Si disegni la regine ammissibile del problema. Si trovi il vertice ottimo per via grafica e si riporti il valore di z e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto, in corrispondenza della soluzione ottima.

z =_________; x_1 =_______; x_2 =_______; x_3 =_______; x_4 =_______; x_5 =_______; x_6 =_______; x_7 =_______;
(Le variabili da x_3 a x_7 sono quelle di scarto)

2.3 Si ricavi, per via grafica, per quali valori di b_1 (ora pari a 3) la **composizione** della base ottima non cambia.

__________ $\leq b_1 \leq$ __________

[2] Si risolva mediante gli scarti complementari il duale del problema **[1]**.

[3] Si consideri un sistema di produzione e distribuzione. Ci sono n siti candidati ad ospitare unità produttive. Ogni unità produttiva se aperta nel sito i ha una capacità produttiva massima a_i, con $i=1,\ldots,n$. L'attivazione di una unità produttiva nel sito i comporta un costo fisso $f_i > 0$. Vi sono m magazzini, ognuno con una domanda b_j da soddisfare, con $j=1,\ldots,m$. Indichiamo con $c_{ij} \geq 0$ il costo di trasporto di una unità di prodotto dal sito i al magazzino j. Si fornisca un modello per determinare dove aprire le unità produttive e come trasportare il prodotto dalle unità produttive aperte ai magazzini in modo da soddisfare la domanda senza eccedere la capacità produttiva, minimizzando i costi di apertura e di trasporto.
Come cambia il modello se subentra un costo fisso anche per l'uso delle vie di comunicazione, per cui l'eventuale trasporto di merce dal sito i al magazzino j comporta anche un costo fisso $h_{ij} > 0$ indipendente dalla quantità di merce trasportata?

Si deve formulare (non risolvere) il problema, definendo le variabili, la funzione obiettivo, i vincoli.

Variabili e loro significato:

F. obiettivo:

Vincoli:

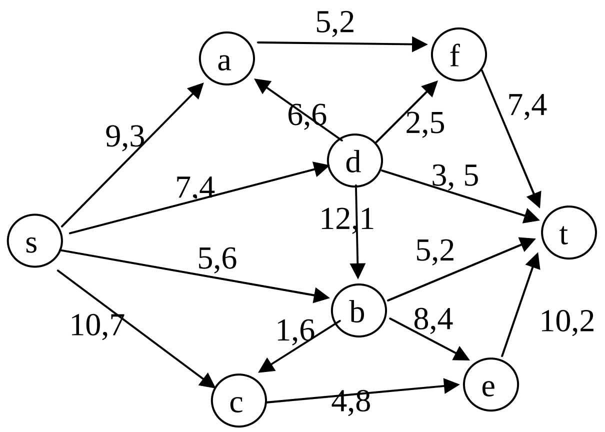
[4] Si discuta la correttezza dell'algoritmo di Dijkstra per la soluzione del problema di trovare un cammino di lunghezza minima semplice fra una data coppia di nodi, in un grafo orientato pesato.

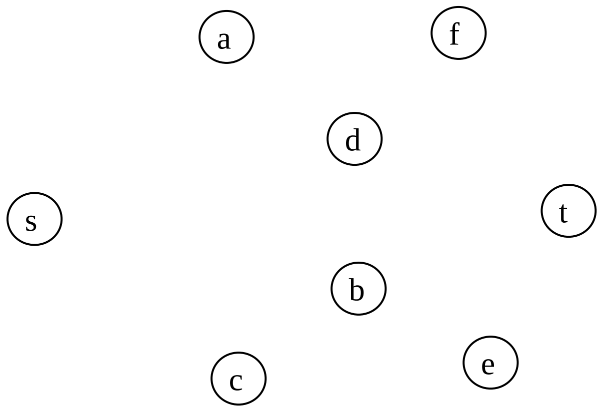
[5] Si risolva mediante un algoritmo di Branch & Bound il seguente problema di zaino.

Profitti, $(p_j) = (18,11,16,12,2)$
Pesi, $(w_j) = (3,2,5,4,1)$
Capacità, $b = 9$

Si utilizzi come rilassamento quello lineare, risolto mediante un opportuno algoritmo. Si adotti una strategia "Depth First " e si esplori per primo, ad ogni livello, il ramo dell'albero di "branching" associato al vincolo x_i=1, dove la variabile di branching x_i è quella che assume un valore frazionario nel rilassamento lineare. Si noti inoltre che una variabile libera può venir fissata a zero qualora la capacità ***residua*** dello zaino sia strettamente minore del suo peso.
Come LB si usi la *miglior* soluzione intera data dalla somma dei profitti degli oggetti che è stato possibile inserire nello zaino durante il calcolo dell'UB. Si riporti a fianco l'albero di branching. Per ogni nodo si riportino: il suo numero progressivo, *i* (partendo dal valore 0 del nodo radice), ed il valore UB.

[6] Si consideri il grafo orientato di sinistra in cui i valori sugli gli archi rappresentano la capacità superiore ed il costo unitario, rispettivamente:





6.1 Si trovi con l'algoritmo di Ford-Fulkerson un *flusso di valore massimo* da **s** a **t**.
Si riportino tutti i cammini aumentanti come sequenze di nodi ed il corrispondente incremento di flusso.
Si riporti il valore del flusso massimo.
6.2 Si trovi un *taglio di capacità minima*.
6.3 Si ricavi se il flusso massimo è stato inviato a costo minimo o no, motivando la risposta per mezzo della rete incrementale (da completare) di sinistra. Se necessario, si reinstradi il flusso al più una volta.

Cammini aumentanti:
s -…..
s -…..

Sezione di capacità minima

S=(s,) N/S=(t,)

Flusso massimo:____________

Flusso a costo minimo?____