

Nome studente:

Matricola:.....

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Punteggio massimo	4	6	5	6	6	5
Valutazione						

[1] E' dato un grafo non orientato $G=(N,E)$ con costi c_e sui lati, con $c_e \geq 0, \forall e \in E$. Si fornisca un modello di programmazione lineare intera per il problema di determinare in G due cicli hamiltoniani disgiunti sui lati (che non abbiano lati in comune) e tali che sia minima la differenza dei loro costi.

[2] E' dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\begin{aligned} \max z &= 2x_1 + x_2 \\ \text{(I) } \quad 3x_1 + 4x_2 &\leq 12 \\ \text{(II) } \quad x_1 + x_2 &\geq 1 \\ \text{(III) } \quad -9x_1 + 4x_2 &\leq 0 \\ \text{(IV) } \quad 3x_1 - 8x_2 &\leq 3 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$



2.1 Si disegni la regione ammissibile del problema. Si evidenzi il vertice ottimo per via grafica e si riporti il valore di z e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto o surplus, in corrispondenza della soluzione ottima.

$z =$ _____; $x_1 =$ _____; $x_2 =$ _____; $x_3 =$ _____; $x_4 =$ _____; $x_5 =$ _____; $x_6 =$ _____;
 (Le variabili da x_3 a x_6 sono quelle di scarto o surplus)

2.2 Da quali variabili è composta la base associata al vertice dato dall'intersezione dei vincoli (II) e (III)? Base _____

2.3 Si ricavi, per via grafica, per quali valori di b_4 (ora pari a 3) la **composizione** della base ottima non cambia. _____ $\leq b_4 \leq$ _____

[3] Si risolva mediante gli scarti complementari il duale del problema dell'esercizio [2]. Si riporti il modello duale, la soluzione ottima del duale e il sistema che è stato risolto per ricavare la soluzione ottima del duale.

[4] Si risolva mediante un algoritmo di Branch & Bound il problema di zaino definito dai seguenti dati

Profitti, $(p_j) = (5, 8, 9, 4, 3)$

Pesi, $(w_j) = (2, 3, 5, 2, 2)$

Capacità, $b = 11$

Si utilizzi come rilassamento quello lineare, risolto mediante un opportuno algoritmo. Si rinominino gli indici delle variabili in base all'ordinamento ricavato. Si adotti una strategia di esplorazione "Depth First" e si esplori per primo, ad ogni livello, il ramo dell'albero di "branching" associato al vincolo $x_i = 0$, dove la variabile di branching x_i è quella che assume un valore frazionario nel rilassamento lineare. Si noti inoltre che una variabile libera può venir fissata a zero qualora la capacità **residua** dello zaino sia strettamente minore del suo peso.

Si riporti a fianco l'albero di branching. Per ogni nodo si riportino: il suo numero progressivo, i (partendo dal valore 0 del nodo radice), il valore UB_i ed il vettore con il corrispondente valore delle variabili.

[5] Si risolva mediante il metodo dei tagli di Gomory il seguente modello di PLI. Si disegni la regione ammissibile del problema e si riportino i tagli generati.

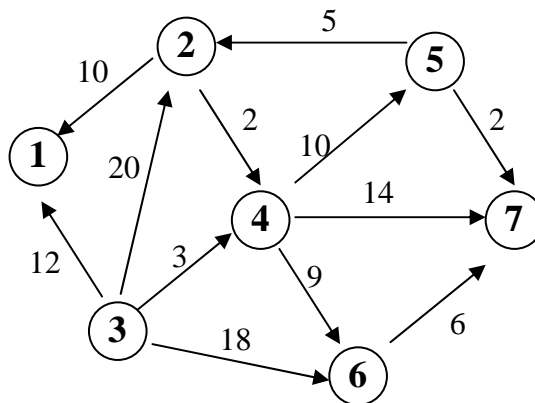
$$\max z = x_1 + 2x_2$$

$$(I) \quad x_1 + x_2 \leq 5$$

$$(II) \quad -x_1 + x_2 \leq 0$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \text{ e intere}$$

[6] Si risolva mediante l'algoritmo di Dijkstra il problema di determinare i cammini minimi dal nodo 3 a tutti gli altri nodi nel grafo riportato:



6.1 Si riportino i valori delle etichette $L(i)$ nella tabella sottostante.

	Nodo 1	Nodo 2	Nodo 3	Nodo 4	Nodo 5	Nodo 6	Nodo 7
Iterazione 1							
Iterazione 2							
Iterazione 3							
Iterazione 4							
Iterazione 5							
Iterazione 6							
Iterazione 7							

6.2 Si mettano in evidenza gli archi che formano i cammini minimi.