**FONDAMENTI DI RICERCA OPERATIVA** Prof. M.Trubian **a.a. 2007/08** Appello del 24/07/08

**Nome studente:** ............................................ **Matricola:**......…………......

| Esercizio | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Punteggio massimo | 6 | 4 | 5 | 5 | 6 | 6 |
| Valutazione | | | | | | |

**[1]** E' dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\begin{array}{ll} \max & z = 2x_1 - x_2 \\ (I) & x_1 + x_2 \le 10 \\ (II) & x_1 \quad\quad \le 5 \\ (III) & x_1 + x_2 \ge 2 \\ (IV) & -x_1 + x_2 \le 4 \\ & x_1, x_2 \text{ libere} \end{array}$$

1.1 Si disegni la regione ammissibile del problema. Si evidenzi il vertice ottimo per via grafica e si riporti il valore di *z* e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto, in corrispondenza della soluzione ottima.

$z$ =_________; $x_1$ =_______; $x_2$ =_______; $x_3$ =_______; $x_4$ =_______; $x_5$ =_______; $x_6$ =_______
(Le variabili da $x_3$ a $x_6$ sono quelle di scarto)

1.2 Da quali variabili (non il loro valore) sono composte le basi associate ai vertici ammissibili adiacenti al vertice ottimo?

__________________________________________________________________________

1.3 Si ricavi, per via grafica, per quali valori di $c_1$ (ora pari a 2) la **composizione** della base ottima non cambia.

__________ $\le c_1 \le$ __________

**[2]** Si enunci e dimostri il teorema di dualità debole.

**[3]** E' dato un grafo non orientato $G=(N,E)$. Si fornisca un modello di PLI per trovare in $G$ il sottoinsieme di nodi $S \subseteq N$ di massima cardinalità tale che nessuna coppia di nodi in S sia connessa da un lato di $E$.

Variabili e loro significato:

F. obiettivo:

Vincoli:

**[4]** Dato il seguente problema di programmazione lineare

$$\min z = x_1$$
$$3x_1 + 2x_2 \geq 27$$
$$3x_1 - x_2 \geq 18$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

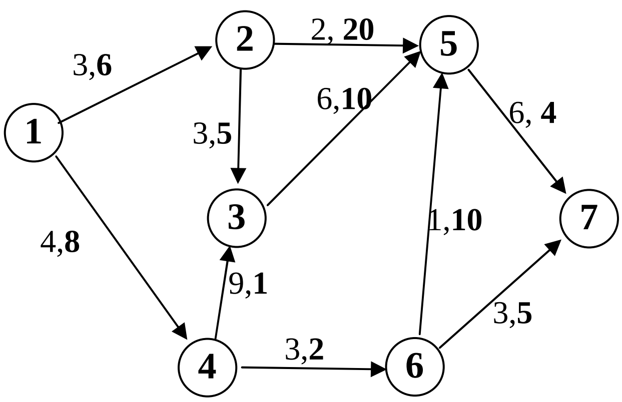
lo si risolva mediante l'algoritmo del simplesso.

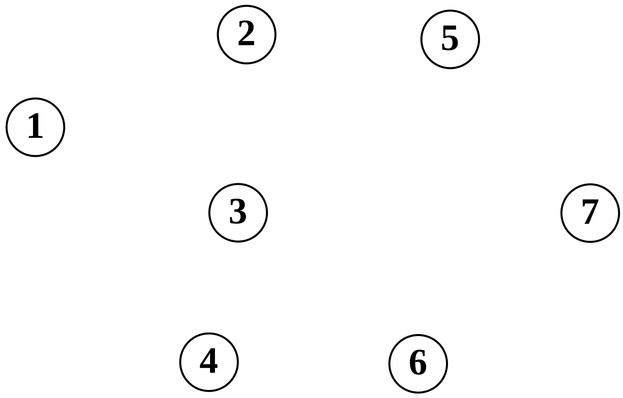
**[5]** Si risolva mediante un algoritmo di Branch & Bound il seguente problema di zaino.

Profitti, $(p_j) = (18,10,15,4,3)$
Pesi, $(w_j) = (3,2,5,2,3)$
Capacità, $b = 9$

Si utilizzi come rilassamento quello lineare, risolto mediante un opportuno algoritmo. Si adotti una strategia “Depth First ” e si esplori per primo, ad ogni livello, il ramo dell’albero di “branching” associato al vincolo xi = 0, dove la variabile di branching xi è quella che assume un valore frazionario nel rilassamento lineare. Si noti inoltre che una variabile libera può venir fissata a zero qualora la capacità ***residua*** dello zaino sia strettamente minore del suo peso.
Come LB si usi la *miglior* soluzione intera data dalla somma dei profitti degli oggetti che è stato possibile inserire nello zaino durante il calcolo dell’UB. Si riporti a fianco l'albero di branching. Per ogni nodo si riportino: il suo numero progressivo, *i* (partendo dal valore 0 del nodo radice), ed il valore UB.

[6] Nella rete di sinistra i valori sugli gli archi rappresentano la capacità superiore ed il costo unitario, rispettivamente.




6.1 Si determini il valore del flusso massimo mediante l’algoritmo di Ford-Fulkerson.
6.2 Si determini se il flusso massimo è stato inviato a costo minimo o no, motivando la risposta per mezzo della rete incrementale (da completare) di destra. Si reinstradi se necessario al più una volta il flusso.