

Nome studente:

Matricola:.....

| | | | | | | |
|-------------------|---|---|---|---|---|---|
| Esercizio | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Punteggio massimo | 6 | 6 | 4 | 6 | 5 | 6 |
| Valutazione | | | | | | |

[1] E' dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\begin{aligned} \min z &= 2x_1 - x_2 \\ (I) \quad &-x_1 + x_2 \leq 6 \\ (II) \quad &-x_1 - 4x_2 \leq -16 \\ (III) \quad &5x_1 + 6x_2 \leq 80 \\ &x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$



2.1 Si disegni la regione ammissibile del problema. Si evidenzi il vertice ottimo per via grafica e si riporti il valore di z e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto, in corrispondenza della soluzione ottima.

$z =$ _____; $x_1 =$ _____; $x_2 =$ _____; $x_3 =$ _____; $x_4 =$ _____; $x_5 =$ _____;
 (Le variabili da x_3 a x_5 sono quelle di scarto)

2.2 Vi sono vertici ammissibili ai quali corrispondono basi degeneri? _____ Se sì, si indichino nella figura.

2.3 Si ricavi, per via grafica, per quali valori di b_1 (ora pari a 6) la **composizione** della base ottima non cambia.

_____ $\leq b_1 \leq$ _____

[2] Dato il seguente problema di programmazione lineare

$$\min z = x_1 + x_2$$

$$2x_1 + x_2 \geq 3$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \text{ intere}$$

lo si risolva mediante il metodo dei tagli di Gomory. Ci si limiti all'introduzione di un solo taglio.

[3] E' dato un grafo orientato $G=(V,A)$ con costi c_{ij} qualsiasi sugli archi, un nodo sorgente s , un nodo destinazione t , due sottoinsiemi disgiunti di nodi A e B , ed un intero $K < \min\{|A|, |B|\}$. Si fornisca un modello di programmazione *lineare* intera per il problema di trovare un cammino semplice di lunghezza minima da s a t , che tocca almeno K nodi di A e al più K nodi di B .

Variabili e loro significato:

F. obiettivo:

Vincoli:

[4] Si consideri il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\min -2x_1 + x_2 + 5x_3 + 3x_4 \quad \text{Duale}$$

$$x_1 - 2x_3 + 3x_4 = 3$$

$$x_1 + 3x_2 + x_3 - 4x_4 = 4$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

si dica, mediante gli scarti complementari, se la soluzione $x = (3, 1/3, 0, 0)$ è ottima.

Si riporti il vettore della soluzione duale corrispondente alla soluzione primale data:

$$y_1 = \text{---}; \quad y_2 = \text{---};$$

La soluzione primale è ottima? _____ (SI oppure NO)

Perché? _____

[5] Dato il seguente problema di programmazione lineare

$$\min z = -x_1 - x_2 - x_3$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 2$$

$$-x_1 + 4x_2 - x_3 = b$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

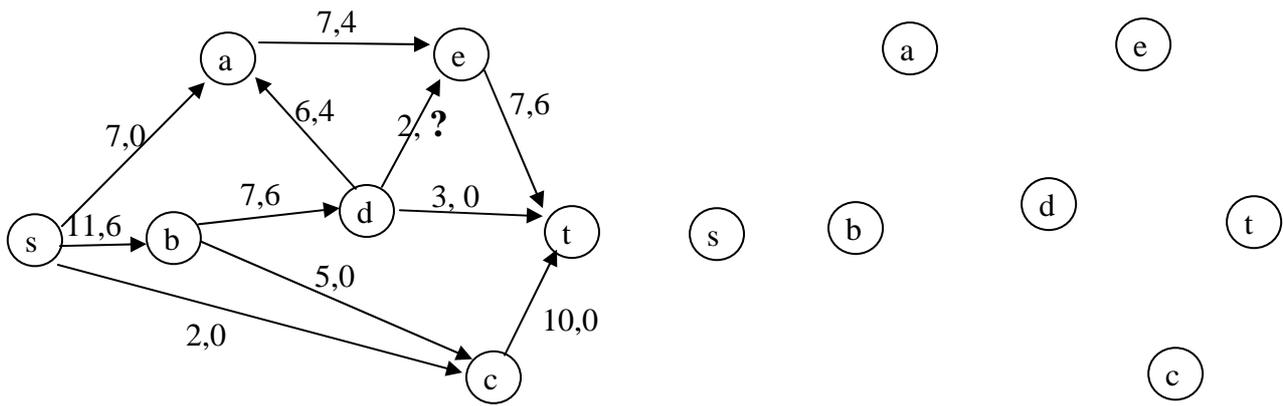
si consideri la base B formata dalle variabili x_1, x_2 , nell'ordine.

a) Si ricavi per quali valori del termine noto b la base B è ammissibile.

Si faccia assumere al parametro b il massimo fra i valori ricavati al punto precedente (che permettono cioè alla base B di essere ammissibile) e si ricavi il coefficienti di costo ridotto della variabile fuori base

x_3

[6] Si consideri il grafo orientato di sinistra in cui i valori sugli archi rappresentano, rispettivamente, la capacità superiore ed il flusso iniziale già inviato da s a t :



6.1 Si trovi il valore del flusso iniziale lungo l'arco (d,e).

6.2 Si trovi poi con l'algoritmo di Ford-Fulkerson un *flusso di valore massimo* da s a t.

Si riportino tutti i cammini aumentanti come sequenze di nodi ed il corrispondente incremento di flusso.

Si riporti il valore del flusso massimo.

6.2 Si trovi il *taglio di capacità minima* individuato dall'algoritmo di Ford-Fulkerson

Cammini aumentanti:

s -.....

s -.....

Sezione di capacità minima

S=(s,)

Flusso massimo: _____