

Nome studente: .....

Matricola:.....

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Punteggio massimo	7	5	5	6	4	5
Valutazione						

[1] E' dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\max z = x_1 + 2x_2$$

$$(I) \quad x_1 + x_2 \leq 10$$

$$(II) \quad x_1 + 3x_2 \leq 15$$

$$(III) \quad x_2 \leq 4$$

$$(IV) \quad x_1 - 3x_2 \leq 3$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

1. Lo si risolva geometricamente ricavando il valore ottimo di  $z$  e di tutte le variabili.
2. Si indichino nel disegno, distinguendole, le soluzioni di base ammissibili e le soluzioni di base non ammissibili.
3. Si dica quali variabili sono in base nelle due soluzioni associate ai vertici adiacenti a quello ottimo.
4. Si dica di quanto può aumentare il termine noto del vincolo (I) (attualmente uguale a 10) senza che la composizione della base ottima cambi.

[2] Si formuli il duale del seguente modello.

$$\max \quad z = -2x_1 - x_2$$

Duale

$$(I) \quad x_1 + x_2 \leq 8$$

$$(II) \quad -x_1 + x_2 \leq 5$$

$$(III) \quad x_1 + x_2 \geq 2$$

$$(IV) \quad x_1 - x_2 \leq 4$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \text{ libera}$$

Si dica, mediante gli scarti complementari, se la soluzione primale  $x=(3,-1)$  è ottima o meno. Si completi opportunamente tale soluzione e si riportino i passaggi principali.

[3] C'è una macchina e ci sono  $n$  lavorazioni,  $j=1, \dots, n$ . Ogni lavorazione  $j$  ha un tempo di processamento  $p_j$ , è disponibile a partire dall'istante  $r_j$  (release date) e deve essere completata entro la data  $d_j$  (deadline). La macchina può processare una sola attività alla volta. Si fornisca un modello di PLI per il problema di stabilire in quale ordine processare le lavorazioni sulla macchina volendo minimizzare la somma degli istanti di completamento di tutte le lavorazioni

[4] Si risolva mediante un algoritmo di Branch & Bound il seguente problema di PLI.

$$\begin{aligned} \max \quad & 3x_1 + x_2 \\ & 7x_1 + 8x_2 \leq 28 \\ & 3x_1 - 4x_2 \leq 8 \\ & x_1, x_2 \in \mathbb{Z}^+ \end{aligned}$$

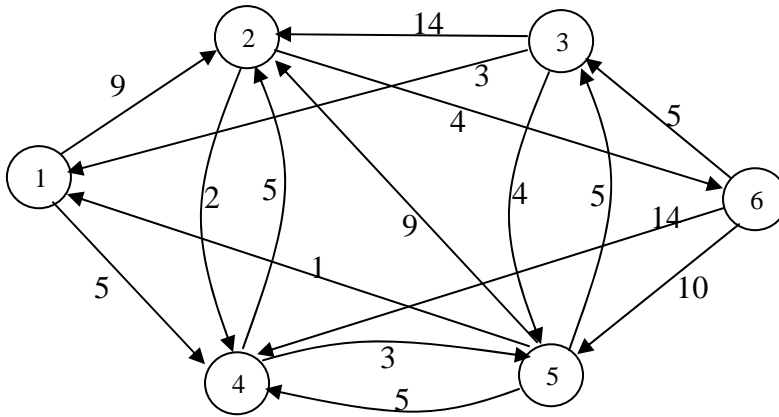
Si utilizzi come rilassamento quello lineare, risolto per via grafica.

Si adotti una strategia “ Breadth First ” e si esplori per primo il ramo dell’albero di “branching” associato al vincolo  $x_i \leq \lfloor w_i \rfloor$ , dove la variabile  $x_i$  è la prima variabile in ordine lessicografico ad assumere un valore frazionario nella soluzione del rilassamento lineare.

Si riporti a fianco l'albero di branching. Per ogni nodo si riportino: il suo numero progressivo,  $i$ , secondo l'esplorazione “ Breadth First” (partendo dal valore 0 del nodo radice), ed i valori di LB e UB.

[5] Si fornisca una definizione di “taglio valido”. Si ricavino i tagli di Gomory e se ne dimostri la validità.

[6] Si trovi un *cammino di costo minimo dal nodo 6 a tutti gli altri nodi* nel grafo seguente. Si usi la tabella per descrivere le varie iterazioni.



**Etichettature**

S	L[j]						Pred[j]						
	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	

6.1 Si riporti il modello di programmazione lineare del problema affrontato.