FONDAMENTI DI RICERCA OPERATIVA (turno unico) Prof. M.Trubian **a.a. 2006/07**
Appello del 18/09/07

Nome studente: .... **Matricola:**......…………......

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Punteggio massimo	7	5	5	5	5	6
Valutazione						

[1] E' dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\max \quad z = x_1 + 2x_2$$

$$\begin{array}{ll} \text{(I)} & x_1 + x_2 \le 10 \\ \text{(II)} & x_1 + 3x_2 \le 15 \\ \text{(III)} & x_2 \le 4 \\ \text{(IV)} & x_1 - 3x_2 \le 3 \\ & x_1, \quad x_2 \ge 0 \end{array}$$

1. Si ponga il problema in forma standard.
2. Lo si risolva geometricamente ricavando il valore ottimo di z e di tutte le variabili.
3. Si indichino nel disegno, distinguendole, le soluzioni di base ammissibili e le soluzioni di base non ammissibili.
4. Si dica quali variabili sono in base nelle due soluzioni associate ai vertici adiacenti a quello ottimo.
5. Si dica di quanto può aumentare il termine noto del vincolo (I) (attualmente uguale a 10) senza che la composizione della base ottima cambi.

[2] Si formuli il duale del problema dell'esercizio **[1].** Si trovi una soluzione ottima del duale con il metodo degli scarti complementari. Si richiede il valore di tutte le variabili duali.
Si riportino il modello duale, le corrispondenze di scarto complementare, il sistema risolto per ricavare la soluzione duale corrispondente alla soluzione ottima primale.

[3] E' dato un grafo orientato $G=(V,A)$ con costi non negativi sugli archi, $c_a \geq 0$, $\forall\ a \in A$, e due vertici s e $t \in V$. Si fornisca un modello di programmazione lineare intera per il problema di determinare in G due cammini da s a t, C_1 e C_2, di costo complessivo minimo, privi di archi in comune. Il costo di ciascun cammino è dato dalla somma dei costi degli archi che lo compongono. Come cambia il modello se chiediamo che nessun cammino contenga più di 2/3 degli archi scelti?

[4] Si risolva mediante l'algoritmo del simplesso il seguente problema di PL.

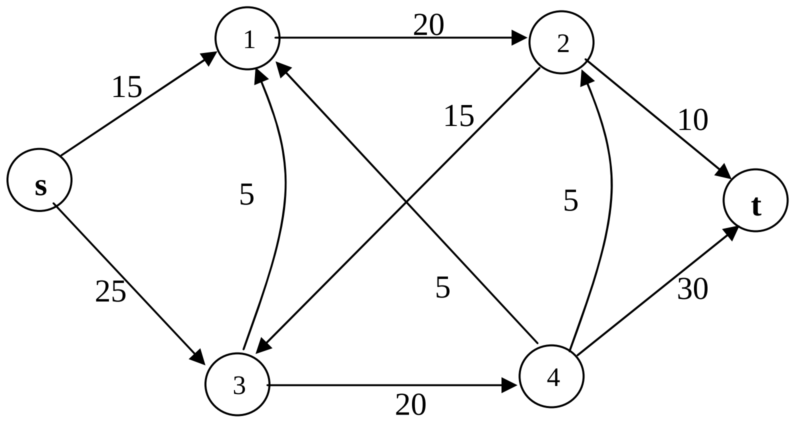
$$\max\ z = x_1$$

$$\begin{array}{ll} (\mathrm{I}) & x_1 + x_2 \geq 2 \\ (\mathrm{II}) & x_1 - x_2 \leq 1 \\ & x_1,\quad x_2 \geq 0 \end{array}$$

[5] Si risolva mediante un algoritmo di Branch & Bound il problema di zaino definito dai seguenti dati
Profitti, $(p_j) = (6, 8, 5, 14, 6)$
Pesi, $(w_j) = (2,3,2,7,4)$ Capacità, $b = 9$

Si utilizzi come rilassamento quello lineare, risolto mediante un opportuno algoritmo. Si adotti una strategia "Depth First " e si esplori per primo, ad ogni livello, il ramo dell'albero di "branching" associato al vincolo xi = 0, dove la variabile di branching xi è quella che assume un valore frazionario nel rilassamento lineare. Si noti inoltre che una variabile libera può venir fissata a zero qualora la capacità ***residua*** dello zaino sia strettamente minore del suo peso.
Come LB si usi la *miglior* soluzione intera data dalla somma dei profitti degli oggetti che è stato possibile inserire nello zaino durante il calcolo dell'UB. Si riporti a fianco l'albero di branching. Per ogni nodo si riportino: il suo numero progressivo, *i* (partendo dal valore 0 del nodo radice), ed il valore UB.

[6] Si consideri la rete sottostante in cui i valori sugli archi rappresentano le loro capacità:



Si trovi con l'algoritmo di Ford-Fulkerson un flusso di valore massimo da s a t a partire dal flusso ammissibile di valore 10, **da inviare nelle prime due iterazioni**, di 5 unità lungo il cammino s,3,4,2,t e di 5 unità lungo il cammino s,3,4,1,2,t.

Si riportino tutti i cammini aumentanti, come sequenze di nodi, ed il corrispondente incremento di flusso:
Si riporti, sulla figura data, il valore del flusso lungo ciascun arco nella soluzione ottima.
Si riporti il valore del flusso massimo:____________
Si riporti il taglio di capacità minima individuato con l'algoritmo di Ford-Fulkerson:
S=(s,) N/S=(t,)

Si riporti il modello di programmazione lineare del problema affrontato.