FONDAMENTI DI RICERCA OPERATIVA Prof. M.Trubian **a.a. 2007/08** Appello del 18/06/08

Nome studente: .... **Matricola:**......…………......

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Punteggio massimo	6	4	5	5	6	6
Valutazione						

[1] E' dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$
\begin{array}{ll}
\max & z = -x_1 + 2x_2 \\
(I) & x_1 + x_2 \le 10 \\
(II) & x_2 \le 5 \\
(III) & x_1 + x_2 \ge 2 \\
(IV) & x_1 - x_2 \le 4 \\
 & x_1, x_2 \text{ libere}
\end{array}
$$

1.1 Si disegni la regione ammissibile del problema. Si evidenzi il vertice ottimo per via grafica e si riporti il valore di *z* e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto, in corrispondenza della soluzione ottima.

z =_________; x_1 =_______; x_2 =_______; x_3 =_______; x_4 =_______; x_5 =_______; x_6 =_______

(Le variabili da x_3 a x_6 sono quelle di scarto)

1.2 Da quali variabili (non il loro valore) sono composte le basi associate ai vertici ammissibili adiacenti al vertice ottimo?

____

1.3 Si ricavi, per via grafica, per quali valori di c_1 (ora pari a -1) la **composizione** della base ottima non cambia.

__________ $\le c_1 \le$ __________

[2] Si enunci e dimostri il teorema di dualità debole.

[3] E' dato un grafo non orientato $G=(N,E)$ con pesi non negativi w_i, con $i \in N$, sui nodi, e pesi non negativi c_{ij}, con $(i,j) \in E$, sui lati. Si fornisca un modello di PLI per trovare in G un sottografo $G"=(S,E(S))$ per il quale sia minima la differenza fra la somma dei pesi dei nodi in S e quella dei lati in $E(S)$, lati cioè che hanno entrambi gli estremi in S, e che contenga almeno tre nodi. Come cambia il modello se si chiede che sia minima la differenza fra la somma dei pesi dei lati in $E(S)$ e quella dei lati in $\delta(S)$, lati cioè che hanno un solo estremo in S?

Variabili e loro significato:

F. obiettivo:

Vincoli:

[4] Dato il seguente problema di programmazione lineare

$$\begin{aligned}
\max\ z = x_1 + x_2 & \\
3x_1 + 2x_2 &\le 27 \\
3x_1 - x_2 &\le 18 \\
+ x_2 &\le 6 \\
x_1, x_2 &\ge 0
\end{aligned}$$

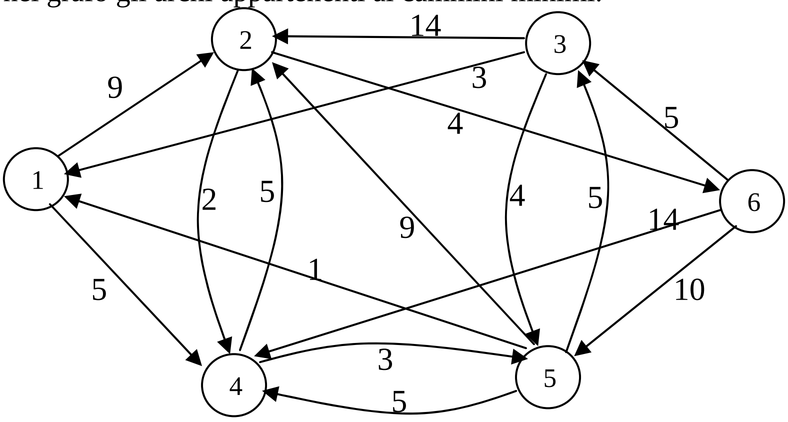
lo si risolva mediante l'algoritmo del simplesso selezionando come variabile entrante quella con coefficiente di costo ridotto più grande in valore assoluto e in caso di parità quella con indice più piccolo.
Si fornisca poi il modello duale del problema dato.

[5] Si risolva mediante un algoritmo di Branch & Bound il seguente problema di zaino.

Profitti, $(p_j) = (21,10,20,4,3)$
Pesi, $(w_j) = (3,2,5,2,3)$
Capacità, $b = 9$

i utilizzi come rilassamento quello lineare, risolto mediante un opportuno algoritmo. Si adotti una strategia "Depth First " e si esplori per primo, ad ogni livello, il ramo dell'albero di "branching" associato al vincolo xi = 0, dove la variabile di branching xi è quella che assume un valore frazionario nel rilassamento lineare. Si noti inoltre che una variabile libera può venir fissata a zero qualora la capacità ***residua*** dello zaino sia strettamente minore del suo peso.
Come LB si usi la *miglior* soluzione intera data dalla somma dei profitti degli oggetti che è stato possibile inserire nello zaino durante il calcolo dell'UB. Si riporti a fianco l'albero di branching. Per ogni nodo si riportino: il suo numero progressivo, *i* (partendo dal valore 0 del nodo radice), ed il valore UB.

[6] Si trovi un cammino di costo minimo dal nodo 6 a tutti gli altri nodi nel grafo seguente. Si usi la tabella per descrivere le varie iterazioni. Gli elementi della tabella sono L[j]/Pred[j]. Nella colonna "Permanenti", in corrispondenza della riga "Iter i", si riporti il nodo che viene etichettato permanentemente nell'iterazione i. Si evidenzino nel grafo gli archi appartenenti ai cammini minimi.



Nodi	s	a	b	c	d	t	Permanenti
Iter. 1	0/s						
Iter. 2							
Iter. 3							
Iter. 4							
Iter. 5							
Iter. 6							

6.1 Si descriva la procedura che permette di verificare se in una data rete di flusso, il flusso massimo attualmente inviato, viene inviato a costo minimo. Si descriva la tecnica che permette di reinstradare il flusso, diminuendo il costo, qualora il flusso massimo non sia inviato a costo minimo.