FONDAMENTI DI RICERCA OPERATIVA Prof. M.Trubian **a.a. 2008/09**

Appello del 17/09/09

Nome studente: .... **Matricola:**......…………......

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Punteggio massimo	7	5	4	5	5	6
Valutazione						

[1] E’ dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\max z = 2x_1 + x_2$$

$$\begin{array}{ll} (\mathrm{I}) & x_1 + x_2 \le 10 \\ (\mathrm{II}) & x_1 + 3x_2 \ge 15 \\ (\mathrm{III}) & x_2 \ge 4 \\ & x_1, x_2 \ge 0 \end{array}$$

1.1 Si disegni la regione ammissibile del problema. Si evidenzi il vertice ottimo per via grafica e si riporti il valore di z e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto o surplus, in corrispondenza della soluzione ottima. z =________; x_1 =______; x_2 =______; x_3 =______; x_4 =______; x_5 =______;

(Le variabili da x_3 a x_5 sono quelle di scarto o surplus)

1.2 Si dica di quanto può variare il coefficiente di costo di x_1 (attualmente uguale a 2) senza che la composizione della base ottima cambi

1.3 Si indichino nel disegno, distinguendole, le soluzioni di base ammissibili e le soluzioni di base non ammissibili.

[2] Si formuli il duale del problema dell'esercizio **[1].** Si trovi una soluzione ottima del duale con il metodo degli scarti complementari. Si richiede il valore di tutte le variabili duali.
Si riportino il modello duale, le corrispondenze di scarto complementare, il sistema risolto per ricavare la soluzione duale corrispondente alla soluzione ottima primale.

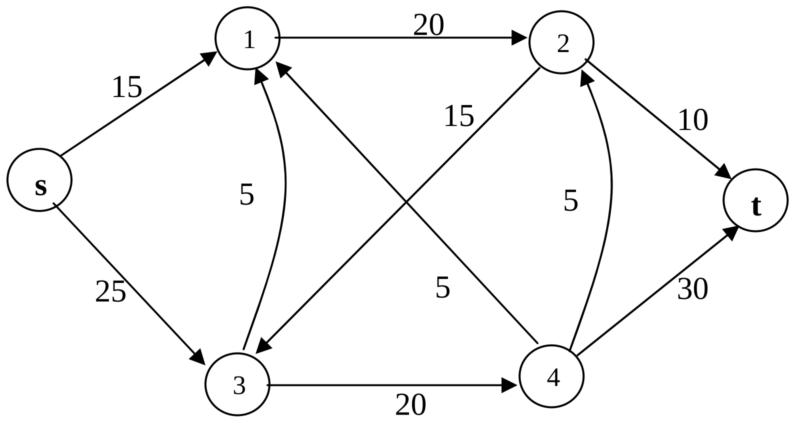
[3] E' data una rete $G=(V,A)$ con capacità, $c_a \geq 0$, $\forall\ a \in A$, costi, $w_a \geq 0$, $\forall\ a \in A$, e due vertici s e $t \in V$. Si fornisca un modello di programmazione lineare intera per il problema di determinare in G un flusso massimo da s a t, tale che per ciascun nodo l'eventuale flusso in ingresso si ripartisca in uscita in al più due archi. Come cambia il modello se chiediamo che tale flusso massimo sia a costo minimo?

[4] Si risolva mediante l'algoritmo del simplesso il problema di PL dell'esercizio **[1]** dopo aver rimosso il vincolo (III).

[5] Si risolva mediante un algoritmo di Branch & Bound il problema di zaino definito dai seguenti dati
Profitti, $(p_j) = (7, 12, 5, 14, 16)$
Pesi, $(w_j) = (3, 4, 2, 5,6)$ Capacità, $b = 12$

Si utilizzi come rilassamento quello lineare, risolto mediante un opportuno algoritmo. Si adotti una strategia "Depth First " e si esplori per primo, ad ogni livello, il ramo dell'albero di "branching" associato al vincolo xi = 0, dove la variabile di branching xi è quella che assume un valore frazionario nel rilassamento lineare. Si noti inoltre che una variabile libera può venir fissata a zero qualora la capacità ***residua*** dello zaino sia strettamente minore del suo peso.
Come LB si usi la *miglior* soluzione intera data dalla somma dei profitti degli oggetti che è stato possibile inserire nello zaino durante il calcolo dell'UB. Si riporti a fianco l'albero di branching. Per ogni nodo si riportino: il suo numero progressivo, *i* (partendo dal valore 0 del nodo radice), ed il valore UB.

[6] Si consideri la rete sottostante in cui i valori sugli archi rappresentano le loro capacità:



Si trovi con l'algoritmo di Ford-Fulkerson un flusso di valore massimo da s a t a partire dal flusso ammissibile di valore 10, **da inviare nelle prime due iterazioni**, di 5 unità lungo il cammino s,3,4,2,t e di 5 unità lungo il cammino s,3,4,1,2,t.

Si riportino tutti i cammini aumentanti, come sequenze di nodi, ed il corrispondente incremento di flusso:
Si riporti, sulla figura data, il valore del flusso lungo ciascun arco nella soluzione ottima.
Si riporti il valore del flusso massimo:_____________
Si riporti il taglio di capacità minima individuato con l'algoritmo di Ford-Fulkerson:
S=(s,) N/S=(t,)

Si riporti il modello di programmazione lineare del problema affrontato.