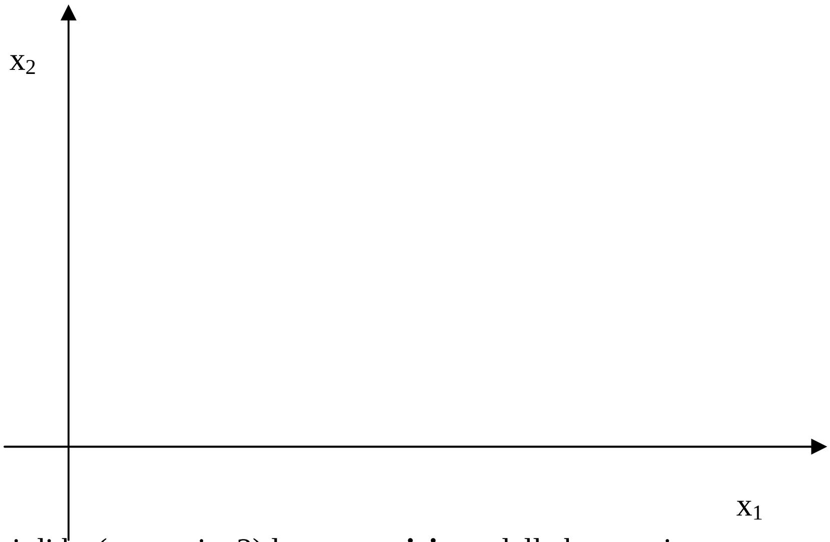
FONDAMENTI DI RICERCA OPERATIVA (turno unico) Prof. M.Trubian **a.a. 2007/08**
Appello del 17/09/08

Nome studente: .... **Matricola:**......…………......

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Punteggio massimo	7	5	5	5	5	6
Valutazione						

[1] E' dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\begin{aligned} & \max\ z = x_1 - 3x_2 \\ (\mathrm{I}) \quad & x_1 + x_2 \le 7 \\ (\mathrm{II}) \quad & x_1 + 2x_2 \ge 2 \\ (\mathrm{III}) \quad & x_1 - x_2 \le 0 \\ & x_1, x_2 \ge 0 \end{aligned}$$



2.1 Si disegni la regione ammissibile del problema. Si evidenzi il vertice ottimo per via grafica e si riporti il valore di z e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto o surplus, in corrispondenza della soluzione ottima.

2.2 Si ricavi, per via grafica, per quali valori di b_2 (ora pari a 2) la **composizione** della base ottima non cambia. __________ $\le b_2 \le$ __________

[2] Si applichi al seguente problema di programmazione lineare la prima fase dell'algoritmo del simplesso (fra le candidate, la variabile entrante va scelta in ordine lessicografico)

min $z = 5x_1 + x_2 - 1/2\, x_3$

soggetto a:

$$x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 15$$

$$x_1 - x_2 + x_3 = 3$$

$$x_1,\ x_2,\ x_3 \geq 0$$

Tableau alla fine della prima fase

[3] a. Si risolva mediante gli scarti complementari il duale del problema dell'esercizio **[1]**.

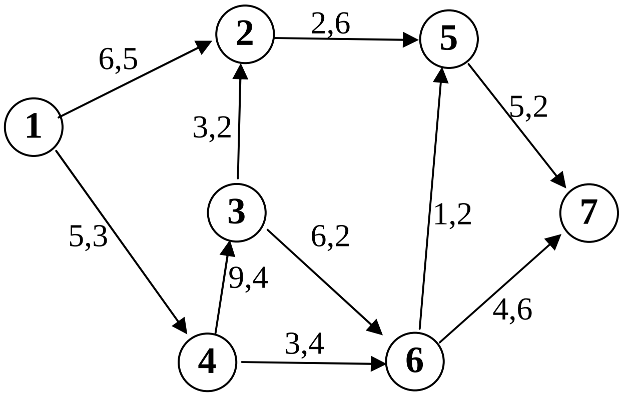
b. Si ricavino le proprietà di scarto complementare.

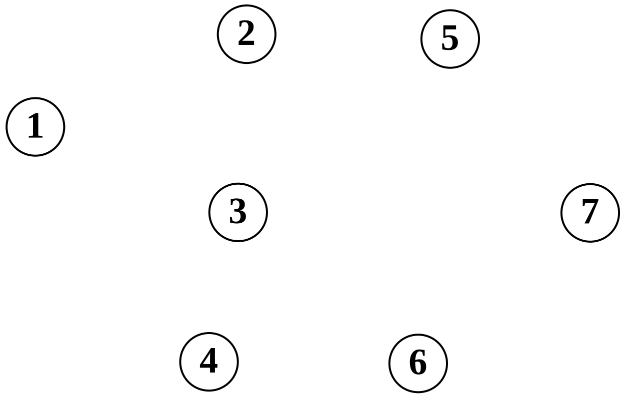
[4] Si risolva mediante un algoritmo di Branch & Bound il problema di zaino definito dai seguenti dati
Profitti, $(p_j) = (7, 6, 4,3,9)$
Pesi, $(w_j) = (3,2,3,2,5)$ Capacità, $b = 9$

Si utilizzi come rilassamento quello lineare, risolto mediante un opportuno algoritmo. Si rinominino gli indici delle variabili in base all'ordinamento ricavato. Si adotti una strategia di esplorazione "Depth First " e si esplori per primo, ad ogni livello, il ramo dell'albero di "branching" associato al vincolo xi = 1, dove la variabile di branching xi è quella che assume un valore frazionario nel rilassamento lineare. Si noti inoltre che una variabile libera può venir fissata a zero qualora la capacità ***residua*** dello zaino sia strettamente minore del suo peso.
Si riporti a fianco l'albero di branching. Per ogni nodo si riportino: il suo numero progressivo, *i* (partendo dal valore 0 del nodo radice), il valore UB_i ed il vettore con il corrispondente valore delle variabili.

[5] Sono dati un grafo non orientato $G=(N,E)$ con costi non negativi sui lati, $c_e \geq 0$, $\forall\ e \in E$, due insiemi di nodi $S_1 \subset N$ ed $S_2 \subset N$ con $S_1 \cap S_2 = \emptyset$, e due valori interi non negativi d_1 e d_2. Si fornisca una modello di programmazione lineare intera per il problema di determinare in G un albero di copertura di costo minimo, tale che ogni nodo in S_i abbia grado almeno pari a d_i, con $i \in \{1,2\}$.

[6] Si risolva mediante l'algoritmo di Ford Fulkerson il problema di determinare un *flusso di valore massimo* da **1** a **7** nella rete di sinistra in cui i valori sugli gli archi rappresentano la capacità superiore ed il costo unitario, rispettivamente:





6.1 Si riportino tutti i cammini aumentanti come sequenze di nodi ed il corrispondente incremento di flusso.
6.2 Si riporti il valore del flusso massimo e, nella rete di sinistra, il valore del flusso finale lungo ciascun arco.
6.3 Si evidenzi nella rete il *taglio di capacità minima*. Individuato dall'algoritmo di Ford Fulkerson.
6.4 Si determini se il flusso massimo è stato inviato a costo minimo o no, motivando la risposta per mezzo della rete incrementale (da completare) di destra.