FONDAMENTI DI RICERCA OPERATIVA Prof. M.Trubian **a.a. 2008/09** Appello del 17/06/09

Nome studente: .... **Matricola:**......…………......

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Punteggio massimo	6	4	5	5	6	6
Valutazione						

[1] E' dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$
\begin{array}{ll}
\max & z = -3x_1 + x_2 \\
(I) & x_1 - x_2 \le 2 \\
(II) & x_1 + 2x_2 \le 6 \\
(III) & x_1 + x_2 \ge -2 \\
(IV) & -x_1 + 2x_2 \le 5 \\
 & x_1 \text{ libera} \quad x_2 \ge 0
\end{array}
$$

1.1 Si disegni la regione ammissibile del problema. Si evidenzi il vertice ottimo per via grafica e si riporti il valore di z e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto, in corrispondenza della soluzione ottima.

z =_________; x_1 =_______; x_2 =_______; x_3 =_______; x_4 =_______; x_5 =_______; x_6 =_______

(Le variabili da x_3 a x_6 sono quelle di scarto)

1.2 Da quali variabili (non il loro valore) sono composte le basi associate ai vertici ammissibili adiacenti al vertice ottimo?

____

1.3 Si ricavi, per via grafica, per quali valori di b_4 (ora pari a 5) la **composizione** della base ottima non cambia.

__________ $\le b_4 \le$ __________

[2] Si fornisca la definizione di matrice TUM (1). Si forniscano condizioni sufficienti affinché una matrice sia TUM (1). Si ricavino tali condizioni sufficienti (2).

[3] E' dato un grafo non orientato $G=(N,E)$ con coefficienti interi non negativi d_i, con $i \in N$, associati ai nodi, e pesi non negativi c_{ij}, con $(i,j) \in E$, associati ai lati. Si fornisca un modello di PLI per trovare in G l'albero di copertura di peso minimo. Si modifichi il modello per tener conto della condizione che ogni vertice non abbia più di d_i lati incidenti appartenenti all'albero. Si modifichi infine il modello per trovare in G due alberi di copertura di peso complessivo minimo, che non abbiano lati in comune e tali che ogni vertice non abbia più di d_i lati incidenti appartenenti agli alberi.

Variabili e loro significato:

F. obiettivo:

Vincoli:

[4] Dato il seguente problema di programmazione lineare intera

$$
\begin{aligned}
\max\ & z = x_1 + 2x_2 \\
& -x_1 + 6x_2 \le 30 \\
& x_1 + 3x_2 \le 24 \\
& 2x_1 - x_2 \le 20 \\
& x_1, x_2 \ge 0, \text{intere}
\end{aligned}
$$

si risolva mediante l'algoritmo del simplesso il suo rilassamento continuo, selezionando come variabile entrante quella con coefficiente di costo ridotto più grande in valore assoluto e in caso di parità quella con indice più piccolo. Quale relazione esiste fra la soluzione ricavata e quella del problema originale ?

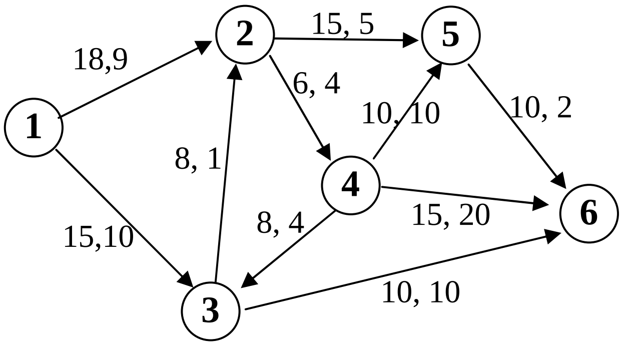
Si fornisca poi il modello duale del problema rilassato.

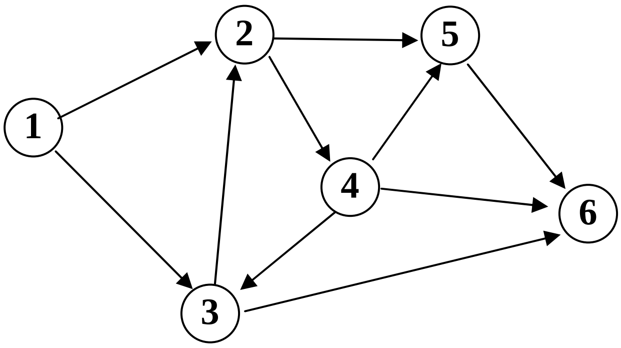
[5] Si risolva mediante un algoritmo di Branch & Bound il seguente problema di zaino.

Profitti, $(p_j) = (21,12,20,4,3)$
Pesi, $(w_j) = (3,2,5,2,3)$
Capacità, $b = 9$

Si utilizzi come rilassamento quello lineare, risolto mediante un opportuno algoritmo. Si adotti una strategia "Depth First " e si esplori per primo, ad ogni livello, il ramo dell'albero di "branching" associato al vincolo xi = 0, dove la variabile di branching xi è quella che assume un valore frazionario nel rilassamento lineare. Si noti inoltre che una variabile libera può venir fissata a zero qualora la capacità ***residua*** dello zaino sia strettamente minore del suo peso.
Come LB si usi la *miglior* soluzione intera data dalla somma dei profitti degli oggetti che è stato possibile inserire nello zaino durante il calcolo dell'UB. Si riporti a fianco l'albero di branching. Per ogni nodo si riportino: il suo numero progressivo, *i* (partendo dal valore 0 del nodo radice), ed il valore UB.

[6] Si risolva mediante l'algoritmo di Ford Fulkerson il problema di determinare un *flusso di valore massimo* da **1** a **6** nella rete di sinistra nella quale i valori sugli gli archi rappresentano la capacità superiore ed il costo unitario, rispettivamente:





6.0 Si usi come primo cammino aumentante la sequenza di nodi 1-2-4-3-6 determinando il corrispondente incremento di flusso.
6.1 Si riportino tutti i successivi cammini aumentanti come sequenze di nodi ed il corrispondente incremento di flusso.
6.2 Si riporti il valore del flusso massimo.
6.3 Nella rete di destra si riporti il valore del flusso finale lungo ciascun arco e si evidenzi il *taglio di capacità minima* individuato dall'algoritmo di Ford Fulkerson.
6.4 Si determini se il flusso massimo è stato inviato a costo minimo, ed in caso di risposta negativa lo si reinstradi almeno una volta.