FONDAMENTI DI RICERCA OPERATIVA Prof. M.Trubian **a.a. 2008/09** Appello del 17/02/09

Nome studente: .... **Matricola:**......…………......

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Punteggio massimo	6	5	6	4	5	6
Valutazione						

[1] E' dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$
\begin{aligned}
&\min \quad z = -x_1 + 2x_2 \\
&(I) \quad x_1 + x_2 \leq 8 \\
&(II) \quad x_1 \qquad \leq 5 \\
&(III) \quad x_1 + x_2 \geq 2 \\
&(IV) - x_1 + x_2 \leq 2 \\
&\qquad x_1 \geq 0,\ x_2 \text{ libera}
\end{aligned}
$$

a) Si disegni la regione ammissibile, si trovi il vertice ottimo per via grafica e si riporti il valore di z e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto, in corrispondenza della soluzione ottima.

z =________;

x_1 =____; x_2 =____; x_3 =____; x_4 =____; x_5 =____; x_6 =____; (Le variabili da x_3 a x_6 sono di scarto.)

b) Vi sono vertici ai quali corrispondono basi degeneri? ________ (SI oppure NO)

c) Si dica, per via grafica, per quali variazioni di c1 (ora pari a –1) la composizione della base ottima non cambia.

_________ ≤ c1 ≤ _________

[2] Si formuli il duale, PD, del modello dell'esercizio [1] così com'è.

Duale

$$
\begin{aligned}
&\min \quad z = -x_1 + 2x_2 \\
&(I) \quad x_1 + x_2 \leq 8 \\
&(II) \quad x_1 \qquad \leq 5 \\
&(III) \quad x_1 + x_2 \geq 2 \\
&(IV) - x_1 + x_2 \leq 2 \\
&\qquad x_1 \geq 0,\ x_2 \text{ libera}
\end{aligned}
$$

Si risolva, riportando i passaggi principali, il problema PD mediante gli scarti complementari a partire dalla soluzione ottima del primale ottenuta risolvendo l'esercizio [1].

Si riporti il vettore della soluzione duale corrispondente alla soluzione primale data:

y_1 =____; y_2 =____; y_3 =____; y_4 =____; y_5 =____;

[3] Si risolva mediante un algoritmo di Branch & Bound il problema di zaino definito dai seguenti dati

Profitti, $(p_j) = (13,20,30,16,32,7)$
Pesi, $(w_j) = (2,4,5,4,6,2)$
Capacità, $b = 9$

Si utilizzi come rilasciamento quello lineare, risolto mediante un opportuno algoritmo.
Si adotti una strategia " Depth First " e si esplori per primo il ramo dell'albero di "branching" associato al vincolo xi = 0, dove la variabile xi è l'unica variabile ad assumere un valore frazionario nella soluzione del rilasciamento lineare.

Si noti inoltre che un nodo può venir chiuso qualora la capacità residua dello zaino sia strettamente minore del peso di ciascun oggetto libero (cioè non ancora fissato da una operazione di branching).

Si riporti a fianco l'albero di branching. Per ogni nodo si riportino: il suo numero progressivo, *i*, secondo l'esplorazione "Depth First" (partendo dal valore 0 del nodo radice), ed i valori di LB e UB.

[4] Si fornisca la definizione di matrice TUM (1). Si forniscano condizioni sufficienti affinché una matrice sia TUM (1). Si ricavino tali condizioni sufficienti (2).

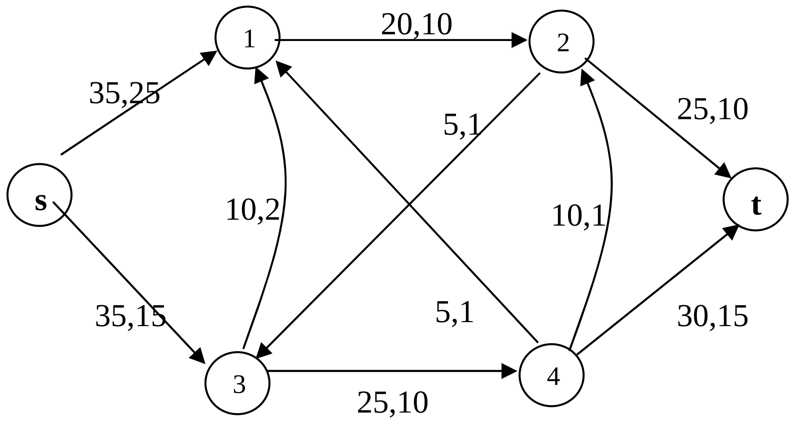
[5] Una azienda deve stabilire dove localizzare un insieme di magazzini all'ingrosso. Indichiamo con N = {1,…, *n*} l'insieme delle potenziali localizzazioni dei magazzini e con I = {1,…, *m*} l'insieme dei negozi clienti da rifornire. Rispetto ad un particolare bene di riferimento, un magazzino posto in località $j \in$ N ha capacità u_j e costo di attivazione di c_j unità monetarie. Il negozio cliente $i \in$ I ha una richiesta pari a b_i. Il costo che l'azienda deve sostenere per servire il negozio cliente *i* dal magazzino posto in località *j* e' pari ad h_{ij} unità monetarie. Ogni negozio cliente viene servito da un solo magazzino.
Si fornisca un modello di PLI per risolvere il problema dell'azienda in modo da minimizzare i costi complessivi (attivazione e servizio). Come cambia il modello se chiediamo che ogni magazzino serva almeno un minimo numero *K* di negozi ?

Variabili e loro significato:

F. obiettivo:

Vincoli:

[6] Si consideri la rete sottostante in cui i valori sugli archi rappresentano capacità e costo unitario, rispettivamente:



Si trovi con l'algoritmo di Ford-Fulkerson un *flusso di valore massimo* da **s** a **t** a partire dal flusso ammissibile **da inviare nelle prime due iterazioni** di 5 unità lungo il cammino **s**,1,2,3,4,**t** e di 5 unità lungo il cammino **s**,3,4,1,2,**t.**

Si riportino tutti i cammini aumentanti come sequenze di nodi ed il corrispondente incremento di flusso:

s -…..
s -…..

Si riporti, sulla figura data, il valore del flusso lungo ciascun arco nella soluzione ottima.

Si riporti, nello spazio sottostante, la rete incrementale finale.

Si riporti il valore del flusso massimo:____________
.
Si trovi la *sezione di capacità minima*: S=(s,) N/S=(t,) individuata dall'algoritmo di Ford-Fulkerson.

Si scopra se il flusso massimo è stato inviato a costo minimo e se necessario lo si reinstradi al più una volta, calcolando il risparmio così ottenuto.