**FONDAMENTI DI RICERCA OPERATIVA** Prof. M.Trubian **a.a. 2009/10**
**Appello del** 15/06/10

A

**Nome studente:** ....................................................  **Matricola:**......………......

| Esercizio | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Punteggio massimo | 6 | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 |
| Valutazione | | | | | | |

**[1]** E' dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\begin{aligned}
&\max z = x_1 + x_2\\
&(\mathrm{I}) \quad x_1 - 3x_2 \le 9\\
&(\mathrm{II}) \quad -x_1 - 3x_2 \ge 6\\
&(\mathrm{III}) \quad x_1 - x_2 \ge 0\\
&(\mathrm{IV}) \quad x_1 \le 1\\
&\qquad x_1 \text{ libera},\ x_2 \le 0
\end{aligned}$$

**1.1** Si disegni **a fianco** la regione ammissibile del problema. Si evidenzi il vertice ottimo per via grafica e si riporti il valore di *z* e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto o surplus, in corrispondenza della soluzione ottima.

$z$______ $x_1$______ $x_2$______ $x_3$______ $x_4$______ $x_5$______ $x_6$______

**1.2** Si ricavi, per via grafica, per quali valori di $c_1$ (ora pari a 1) la **composizione** della base ottima non cambia. __________ $\le c_1 \le$ __________

**[2]** Si risolva mediante gli scarti complementari il duale del problema **[1]**.

**[3]** Una azienda deve definire il piano di produzione di *n* prodotti su un orizzonte temporale di *T* periodi. Per ciascun periodo *t*, con $t=1,\ldots,T$, ed ogni prodotto *i*, con $i=1,\ldots,n$, conosciamo: la domanda da soddisfare $D^i_t$ , i costi di produzione $c^i_t$ e di magazzino $m^i_t$, per unità di prodotto. La capacità massima di produzione in ciascun periodo è $C_t$, con $t=1,\ldots,T$. Si fornisca un modello di PL per risolvere il problema dell'azienda con l'obiettivo di minimizzare i costi di produzione e di magazzino, soddisfacendo al contempo la domanda. Come cambia il modello se per ciascun prodotto *i* conosciamo la dimensione del lotto minimo di produzione, $L^i$ ? (suggerimento: il modello diventa di PLI).

**[4]** Si risolva mediante il metodo dei piani di taglio (utilizzando i tagli di Gomory) il seguente problema di programmazione lineare a numeri interi. Si riporti la regione ammissibile del problema dopo l'introduzione del primo taglio trovato.

$$\begin{array}{lll} \max\ z = & x_2 & \\ (\mathrm{I}) & x_1 + x_2 \leq 4 & \\ (\mathrm{II}) & -x_1 + x_2 \leq 1 & \\ & x_1, x_2 \geq 0 \text{ intere} & \end{array}$$

**[5]** Si dimostri la correttezza dell'algoritmo di Dijkstra per la soluzione del problema di trovare un cammino di lunghezza minima semplice fra una data coppia di nodi, in un grafo orientato pesato.

**[6]** Si risolva mediante un algoritmo di Branch & Bound il problema di zaino definito dai seguenti dati

Profitti, $(p_j) = (21, 14, 17, 13, 5)$

Pesi, $(w_j) = (10, 7, 6, 5, 2)$ Capacità, $b = 18$

Si utilizzi come rilassamento quello lineare, risolto mediante un opportuno algoritmo. Si rinominino gli indici delle variabili in base all'ordinamento ricavato. Si adotti una strategia di esplorazione "Depth First " e si esplori per primo, ad ogni livello, il ramo dell'albero di "branching" associato al vincolo $x_i = 0$, dove la variabile di branching $x_i$ è quella che assume un valore frazionario nel rilassamento lineare. Si noti inoltre che una variabile libera può venir fissata a zero qualora la capacità ***residua*** dello zaino sia strettamente minore del suo peso.

Si riporti a fianco l'albero di branching. Per ogni nodo si riportino: il suo numero progressivo, *i* (partendo dal valore 0 del nodo radice), il valore $UB_i$ ed il vettore con il corrispondente valore delle variabili.