FONDAMENTI DI RICERCA OPERATIVA (turno unico) Prof. M.Trubian **a.a. 2006/07**

Appello 13/02/07

Nome studente: .... **Matricola:**......……….......

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Punteggio massimo	5	6	5	6	6	4
Valutazione						

[1] E' dato un grafo orientato $G=(V,A)$ che rappresenta l'infrastruttura di una rete di comunicazione. Si desidera inviare a costo minimo una quantità di informazione T_{st} da un nodo sorgente *s* ad un nodo destinazione *t*. La trasmissione dell'informazione avviene per mezzo di canali in fibra ottica, e ciascuna fibra può portare al più *k* unità di informazione. Quindi, se lungo l'arco (i,j) si decide di far passare x_{ij} unità di informazione, sarà necessario utilizzare $\left\lceil \frac{x_{ij}}{k} \right\rceil$ fibre. Ciascuna fibra ha un costo unitario C. Si fornisca un modello di programmazione ***lineare*** intera per il problema dato, avendo come riferimento i modelli di flusso a costo minimo.

[2] E' dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\max z = x_1 - 2x_2$$
$$(\mathrm{I}) \quad 4x_1 - 3x_2 \leq 12$$
$$(\mathrm{II}) \quad 2x_1 + 3x_2 \geq 0$$
$$(\mathrm{III}) \quad x_2 \leq 3$$
$$(\mathrm{IV}) \quad -x_1 + x_2 \leq 1$$
$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \text{ libera}$$

2.1 Si disegni la regione ammissibile del problema. Si evidenzi il vertice ottimo per via grafica e si riporti il valore di *z* e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto o surplus, in corrispondenza della soluzione ottima.

z =_________; x_1 =_______; x_2 =_______; x_3 =_______; x_4 =_______; x_5 =_______; x_6 =_______;

(Le variabili da x_3 a x_6 sono quelle di scarto o surplus)

2.3 Si ricavi, per via grafica, per quali valori di b_2 (ora pari a 0) la **composizione** della base ottima non cambia. __________ $\leq b_2 \leq$ __________

[3] Si risolva mediante gli scarti complementari il duale del problema dell'esercizio **[2]**. Si riporti il modello duale, la soluzione ottima del duale e il sistema che è stato risolto per ricavare la soluzione ottima del duale.

[4] Si risolva mediante un algoritmo di Branch & Bound il problema di zaino che si ottiene dal rilassamento surrogato, con moltiplicatori μ_1=1 e μ_2=2, dei vincoli del seguente modello di PLI

$$\max z = 7x_1 + 16x_2 + 10x_3 + 17x_4 + 15x_5$$

$$(\mathrm{I}) \qquad 8x_2 + x_3 - 5x_4 + x_5 \le 2$$

$$(\mathrm{II}) \qquad x_1 - 2x_2 + x_3 + 5x_4 + 2x_5 \le 4$$

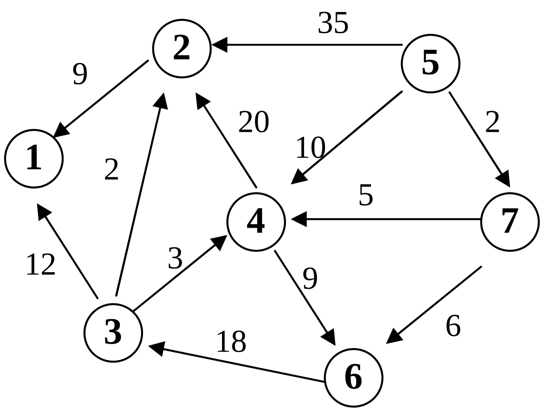
$$x_i \in \{0,1\}, \quad i = 1,\dots,5$$

Si utilizzi come rilassamento quello lineare, risolto mediante un opportuno algoritmo. Si rinominino gli indici delle variabili in base all'ordinamento ricavato. Si adotti una strategia di esplorazione "Depth First " e si esplori per primo, ad ogni livello, il ramo dell'albero di "branching" associato al vincolo x_i = 1, dove la variabile di branching x_i è quella che assume un valore frazionario nel rilassamento lineare. Si noti inoltre che una variabile libera può venir fissata a zero qualora la capacità ***residua*** dello zaino sia strettamente minore del suo peso.
Si riporti a fianco l'albero di branching. Per ogni nodo si riportino: il suo numero progressivo, *i* (partendo dal valore 0 del nodo radice), il valore UB_i ed il vettore con il corrispondente valore delle variabili.

[5] Si risolva mediante il metodo dei tagli di Gomory il seguente modello di PLI. Si disegni la regione ammissibile del problema e si riportino i tagli generati. Il tableau ottimo del rilassamento continuo può essere ricavato in uno dei due modi seguenti. a) Mettendo in forma canonica il problema rispetto alla base ottima formata dalle variabili x_1 e x_2 (B=$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$, con inversa B^{-1}=$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$). b) Risolvendo il problema mediante una opportuna versione dell'algoritmo del simplesso.

$$\min z = 2x_1 + x_2$$
$$(\mathrm{I}) \quad x_1 + x_2 \geq 2$$
$$(\mathrm{II}) \quad x_1 - x_2 \geq 1$$
$$x_1, \quad x_2 \geq 0 \text{ e intere}$$

[6] Si risolva mediante l'algoritmo di Dijkstra il problema di determinare i cammini minimi **dal nodo 5** a tutti gli altri nodi nel grafo riportato:



6.1 Si riportino i valori delle etichette L(i) e dei predecessori P[i] nella tabella sottostante.

	Nodo 1	Nodo 2	Nodo 3	Nodo 4	Nodo 5	Nodo 6	Nodo 7
Iterazione 1							
Iterazione 2							
Iterazione 3							
Iterazione 4							
Iterazione 5							
Iterazione 6							
Iterazione 7							

6.2 Si mettano in evidenza gli archi che formano i cammini minimi.