FONDAMENTI DI RICERCA OPERATIVA Prof. M.Trubian **a.a. 2007/08** Appello del 12/02/08

Nome studente: .... **Matricola:**......……….......

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Punteggio massimo	6	6	4	6	5	6
Valutazione						

[1] E’ dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$
\begin{array}{ll}
\min z = x_1 - 2x_2 & \\
(I) & x_1 - x_2 \leq 8 \\
(II) & 4x_1 + x_2 \geq 4 \\
(III) & 6x_1 + 5x_2 \leq 60 \\
 & x_1 \geq 0,\ x_2 \text{ libero}
\end{array}
$$

1.1 Si disegni la regione ammissibile del problema. Si evidenzi il vertice ottimo per via grafica e si riporti il valore di *z* e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto, in corrispondenza della soluzione ottima.

z =________; x_1 =_______; x_2 =_______; x_3 =_______; x_4 =_______; x_5 =_______;

(Le variabili da x_3 a x_5 sono quelle di scarto)

1.2 Che valore deve assumere il termine noto del vincolo (III) affinché vi siano basi degeneri non ottime? ________

1.3 Si ricavi, per via grafica, per quali valori di c_2 (ora pari a -2) la **composizione** della base ottima non cambia.

__________ $\leq c_2 \leq$ __________

[2] Dato il seguente problema di programmazione lineare

$$\min z = -x_1 - x_2 - x_3$$
$$2x_1 + x_2 + x_3 = b$$
$$-x_1 + 4x_2 - x_3 = 3$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

si consideri la base *B* formata dalle variabili x_1, x_2, nell'ordine.

a) Si ricavi per quali valori del termine noto *b* la base *B* è ammissibile.

b) Si faccia assumere al parametro *b* il minimo valore che permette alla base *B* di essere ammissibile, si ricavi il coefficienti di costo ridotto della variabile fuori base x_3 e si deduca se la base B è ottima o no.

[3] Si consideri un sistema di produzione, stoccaggio e distribuzione alimentare monoprodotto. Ci sono *n* siti che ospitano unità produttive, ognuna di esse ha una capacità massima a_j, con $i=1,\ldots,n$. Vi sono *p* siti candidati ad ospitare magazzini per lo stoccaggio intermedio (a fini di stagionatura del prodotto), indicati con $k=1,\ldots,p$, ed infine *m* punti di distribuzione del prodotto ognuno con una domanda b_j da soddisfare, con $j=1,\ldots,m$. Indichiamo con $c_{ik} \geq 0$ il costo di trasporto di una unità di prodotto dal sito produttivo *i* al sito candidato per lo stoccaggio *k*, e con $d_{kj} \geq 0$ il costo di trasporto di una unità di prodotto dal sito candidato per lo stoccaggio *k* al punto di distribuzione *j*. L'attivazione di un magazzino per lo stoccaggio intermedio nel sito candidato *k* ha un costo fisso $f_k > 0$. Si fornisca un modello di PLI per stabilire dove aprire i magazzini per lo stoccaggio e come trasportare il prodotto dalle unità produttive ai magazzini ***aperti*** e da questi ai punti di distribuzione in modo da soddisfare la domanda senza eccedere la capacità produttiva, minimizzando i costi di apertura e di trasporto. Si osservi che nei punti di stoccaggio non vi è né assorbimento né creazione di prodotto, quindi tanta quantità di merce entra e altrettanta ne esce.

Variabili e loro significato:

F. obiettivo:

Vincoli:

[4] Si consideri il problema di Programmazione Lineare dell'esercizio 1) e si ricavi, mediante gli scarti complementari, la soluzione duale corrispondente alla base data dall'intersezione del (I) e del (III) vincolo. Si deduca dalle proprietà della dualità se la soluzione duale è ottima e si giustifichi la risposta.

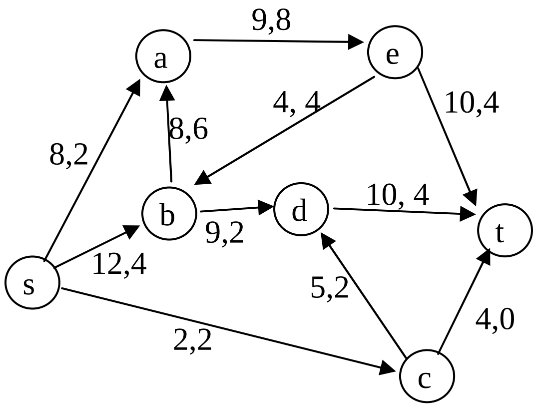
Modello Duale

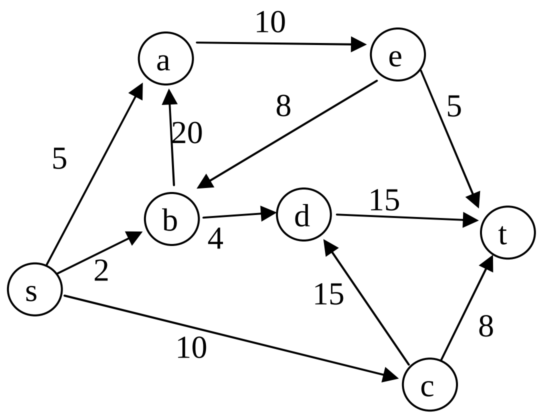
Vettore della soluzione duale corrispondente alla soluzione primale data:

Ottima, o no, perché…

[5] Si definisca il rilassamento lagrangiano e se ne giustifichi l'utilizzo all'interno di un metodo di Branch and Bound.

[6] Si consideri il grafo orientato di sinistra in cui i valori sugli gli archi rappresentano, rispettivamente, la capacità superiore ed il flusso iniziale già inviato da s a t:





6.1 Si trovi con l’algoritmo di Ford-Fulkerson un *flusso di valore massimo* da **s** a **t**.
Si riportino i cammini aumentanti come sequenze di nodi ed il relativo incremento di flusso.
Si riporti il valore del flusso massimo=flusso iniziale + somma incrementi di flusso.

6.2 Si trovi il *taglio di capacità minima* individuato dall’algoritmo di Ford-Fulkerson

6.3 Utilizzando il grafo orientato di destra, in cui i valori sugli gli archi rappresentano il costo unitario, si dica se il flusso massimo trovato è stato inviato a costo minimo e se necessario lo si reinstradi almeno una volta.

Cammini aumentanti:
s -…..
s -…..
…

Sezione di capacità minima

S=(s,)

Flusso massimo:_____________

Rete incrementale finale: