FONDAMENTI DI RICERCA OPERATIVA (turno unico) Prof. M.Trubian **a.a. 2005/06**
Appello 08/02/06

Nome studente: .... **Matricola:**......…………......

Esercizio	1	2	3	4	5	6
Punteggio massimo	5	6	4	5	5	5
Valutazione						

[1] E' dato un grafo non orientato $G=(N,E)$ con costi c_e e pesi w_e sui lati, con $c_e \geq 0$ e $w_e \geq 0, \forall\ e \in E$. E' dato un insieme di K sottoinsiemi di lati $L_k \subset E$, con $k = 1,\ldots,K$ ed un valore intero non negativo W. Si fornisca un modello di programmazione lineare intera per il problema di determinare in G un albero di copertura di costo minimo, di peso complessivo almeno pari a W, e tale che se un qualsiasi lato $e \in L_k$ fa parte della soluzione allora tutti i lati in L_k ne fanno parte, con $k = 1,\ldots,K$.

[2] E' dato il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$
\begin{array}{ll}
\max z = 3x_1 + x_2 & \\
(\mathrm{I}) & x_1 + x_2 \leq 8 \\
(\mathrm{II}) & x_1 + x_2 \geq 1 \\
(\mathrm{III}) & -x_1 + 2x_2 \leq 4 \\
(\mathrm{IV}) & x_1 - x_2 \leq 6 \\
 & x_1,\ x_2 \geq 0
\end{array}
$$

2.1 Si disegni la regine ammissibile del problema. Si evidenzi il vertice ottimo per via grafica e si riporti il valore di z e di tutte le variabili del modello, comprese quelle di scarto o surplus, in corrispondenza della soluzione ottima.

z =________; x_1 =______; x_2 =______; x_3 =______; x_4 =______; x_5 =______; x_6 =______;
(Le variabili da x_3 a x_6 sono quelle di scarto o surplus)

2.2 Da quali variabili è composta la base associata al vertice dato dall'intersezione dei vincoli (II) e (III)? Base________________________

2.3 Si ricavi, per via grafica, per quali valori di b_1 (ora pari a 8) la **composizione** della base ottima non cambia. _________ $\leq b_1 \leq$ _________

[3] Si risolva mediante gli scarti complementari il duale del problema dell'esercizio **[2]**. Si riporti il modello duale, la soluzione ottima del duale e il sistema che è stato risolto per ricavare la soluzione ottima del duale.

[4] Si risolva mediante l'algoritmo del simplesso il seguente problema di PL.

$$
\begin{array}{lrcl}
\max z = x_1 + 2x_2 & & & \\
(\mathrm{I}) & x_1 + x_2 & \geq & 1 \\
(\mathrm{II}) & -x_1 + 2x_2 & \leq & 4 \\
(\mathrm{III}) & x_1 - x_2 & \leq & 6 \\
 & x_1, \quad x_2 & \geq & 0
\end{array}
$$

[5] Si risolva mediante un algoritmo di Branch & Bound il problema di zaino definito dai seguenti dati

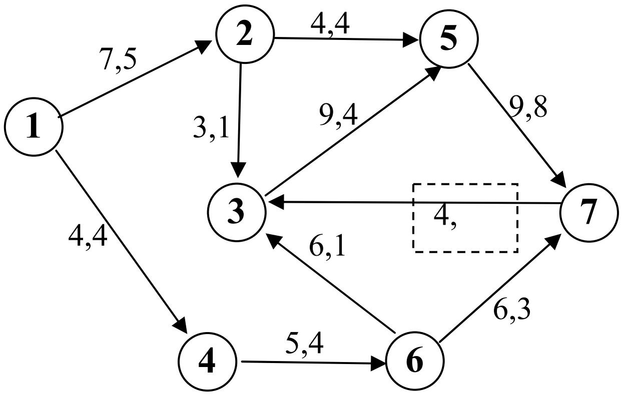
Profitti, $(p_j) = (6, 8, 3,6,9)$

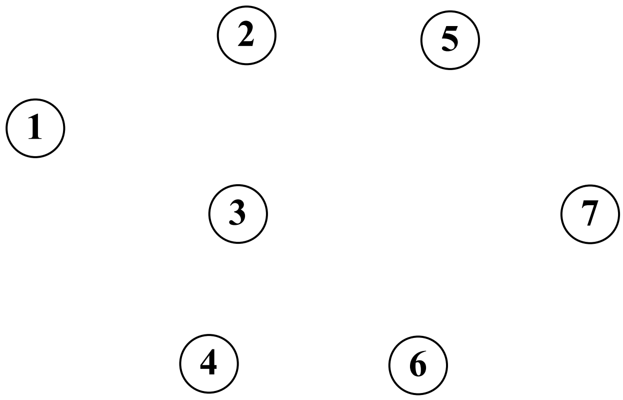
Pesi, $(w_j) = (2,3,2,5,8)$ Capacità, $b = 10$

Si utilizzi come rilassamento quello lineare, risolto mediante un opportuno algoritmo. Si adotti una strategia "Depth First " e si esplori per primo, ad ogni livello, il ramo dell'albero di "branching" associato al vincolo xi = 0, dove la variabile di branching xi è quella che assume un valore frazionario nel rilassamento lineare. Si noti inoltre che una variabile libera può venir fissata a zero qualora la capacità ***residua*** dello zaino sia strettamente minore del suo peso.

Come LB si usi la *miglior* soluzione intera data dalla somma dei profitti degli oggetti che è stato possibile inserire nello zaino durante il calcolo dell'UB. Si riporti a fianco l'albero di branching. Per ogni nodo si riportino: il suo numero progressivo, *i* (partendo dal valore 0 del nodo radice), ed il valore UB.

[6] Nella rete di sinistra i valori sugli gli archi rappresentano, rispettivamente, la capacità superiore ed il flusso correntemente inviato dal nodo **1** al nodo **7**. Si determini il valore mancante del flusso lungo l'arco (7,3). Si disegni a destra la rete incrementale corrispondente al flusso corrente e dica se tale flusso è massimo oppure si determini il flusso massimo.





6.1 Qualora il costo unitario di flusso coincida con la capacità di ciascun arco si determini se il flusso massimo è stato inviato a costo minimo o no, motivando la risposta.